

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТАШКЕНТСКИЙ ФИНАНСОВЫЙ ИНСТИТУТ



КАФЕДРА «ВЫСШИЙ МАТЕМАТИКИ, СТАТИСТИКА И
ЭКОНОМЕТРИКА»

Учебно – методический комплекс по дисциплине
“Основы эконометрики”
(6-семестр)

Сфера знания: 100000 - Гуманитар
200000 - Социальная сфера, экономика и право

Сфера образования: 110000 - Педагогика
230000 – Экономика

Направления образования: 5111000 -Профессиональное образование
(5230600-Финансы, 5230700-Банковское дело,
5230900-Бухгалтерский учет и аудит,
5231200-Страховое дело)

5230600 -Финансы
5230700 -Банковское дело
5230800 -Налоги и налогообложения
5230900 -Бухгалтерский учет и аудит
5231200 -Страховое дело
5231300 -Пенсионное дело
5231500 -Оценочное дело
5232000 -Казначейское исполнение государственного бюджета
5232800 -Электронный бизнес
5232100 -Корпоративные финансы

ТАШКЕНТ – 2019

Учебно – методический комплекс по дисциплине “Основы эконометрики” составлен Постановлением Министерством высшего и среднего образования Республики Узбекистан от “___” ___ 201_ года , протокол № ___

Составители:

Хабибуллаев И. - д.т.н., профессор кафедры «Высший математики, статистика и эконометрика»
Урунов Р. старший преподаватель кафедры «Высший математики, статистика и эконометрика»
Жумаев А. преподаватель кафедры «Высший математики, статистика и эконометрика»

Рецензенты:

Кутлиев О.О. – к.т.н., заместитель директора по учебно-научной работе «Центра переподготовки кадров и статистических исследований» при Государственном комитете по статистике Республики Узбекистан
Хашимов А. – Заведующий кафедры « Высший математики, статистика и эконометрика » к.э.н., доц

Учебно – методический комплекс обсужден на кафедре «Высший математики, статистика и эконометрика» (протоколом № 1 от «28» 08 2019 г.) и рекомендован для рассмотрения на Совете «Бухгалтерского учета и аудит» факультета

Заведующий кафедрой:

А. Р. Хашимов

Учебно – методический комплекс обсужден на совете «Бухгалтерского учета и аудит» факультета (протоколом № 1 от «28» 08 2019 г.) и рекомендован для рассмотрения на Учебно-методическом совете

Декан факультета



К.Д. Каримова

Согласовано:

Начальник учебно-методической отдела:

Т.М.Баймурадов

Учебно – методический комплекс обсужден на Учебно-методическом совете (протоколом № 1 от «28» 08 2019 г.) и рекомендован для обсуждения на Совете Ташкентского финансового института

Учебно – методический комплекс разработан на основе учебной программы дисциплины «Основы эконометрики» и утвержден протоколом Совета Ташкентского финансового института, № 1 от «28» 08 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

**Учебная программа и
рабочая учебная
программа**

**Учебные материалы
лекционных занятий**

**Учебные материалы
практических занятий**

**Задачи для
самостоятельной работы**

Глоссарий

Учебная программа и рабочая учебная программа

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

Ro'yxatga olindi

Oliy va o'rta maxsus ta'lim
vazirligi

№ _____
201__ yil "___" _____

201__ yil "___" _____

EKONOMETRIKA ASOSLARI

FAN DASTURI

Bilim sohalari:	100000 – Gumanitar soha; 200000 – Ijtimoiy soha, iqtisod va huquq
Ta'lim sohalari:	110000 – Pedagogika; 230000 – Iqtisod
Ta'lim yo'nalishi:	5111000 – Kasb ta'limi (5230600-Moliya, 5230700- Bank ishi, 5230900- Buxgalteriya hisobi va audit, 5231200 – Sug'urta ishi); 5230200 – Menejment; 5230600 – Moliya; 5230700 – Bank ishi; 5230800 – Soliqlar va soliqqa tortish; 5230900 – Buxgalteriya hisobi va audit; 5231200 – Sug'urta ishi; 5231300 – Pensiya ishi; 5231500 – Baholash ishi; 5232000 – Davlat byudjetining g'azna ijrosi

Toshkent – 2017

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 201_ yil "___" ___dagi "___"-sonli buyrug'ining ___- ilovasi bilan fan dasturi ro'yxati tasdiqlangan.

Fan dasturi Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi yo'nalishlari bo'yicha O'quv-uslubiy birlashmalar faoliyatini Muvofiqlashtiruvchi Kengashining 201_ yil "___" _____dagi "_____" - son bayonnomasi bilan ma'qullangan.

Fan dasturi Toshkent moliya institutida ishlab chiqildi.

Tuzuvchi:

Xabibullaev I. – TMI “Statistika” kafedrasida professori, texnika fanlari doktori, professor

Taqrizchilar:

G'oyibnazarov B.K. – O'z Resp. DSQ “Kadrlarni qayta tayyorlash va statistik tadqiqotlar” markazi direktori, iqtisod fanlari doktori, professor.

Toshmatov Z.X. – TMI “Iqtisodiyot nazariyasi” kafedrasida professori, iqtisod fanlari doktori.

Fan dasturi Toshkent moliya instituti Kengashida muhokama etilgan va tavsiya qilingan (201__ yil ‘___’ _____ - sonli bayonnomasi)

I. O'quv fanning dolzarbligi va oliy kasbiy ta'limdagi o'rni

Iqtisodiyotni rivojlantirish va liberallashtirish sharoitida o'zgarib turuvchi raqobat muhiti va bozor sharoitlarini tasavvur etish, ularning mohiyati hamda qonuniyatlarini chuqur tahlil qilishda ekonometrik usullar va modellardan foydalanish yordamida makroiqtisodiy indikatorlarni prognozlash, tavakkalchilik va noaniqlik sharoitida optimal iqtisodiy qarorlar qabul qilish, keyinchalik, bu qarorlar bajarilishini nazorat qilish masalalarining nazariy va amaliy tomonlarini o'rganishda "Ekonometrika" fani muhim ahamiyat kasb etadi.

"Ekonometrika asoslari" fani talabalarda ekonometrik modellashtirish, ekonometrik modellar, korrelyatsion-regression tahlil, ko'p omilli ekonometrik model, ekonometrik modellarni baholash, tenglamalar tizimi ko'rinishidagi ekonometrik modellarni, iqtisodiy ko'rsatkichlarni prognozlash bo'yicha bilim va ko'nikmalarini shakllantiradi.

"Ekonometrikaga asoslari" fani matematika va tabiiy-ilmiy fanlar blokiga kiritilgan kurs hisoblanib, 2 va 3-kurslarda o'qitilishi maqsadga muvofiq. "Ekonometrikaga kirish" fani gumanitar va ijtimoiy-iqtisodiy fanlar turkumiga kiradi.

II. O'quv fanining maqsadi va vazifalari

Fanning asosiy maqsadi – talabalarda bozor munosabatlari sharoitida milliy iqtisodiyot va uning tarmoqlari kabi murakkab iqtisodiy tizimlarni ekonometrik modellashtirish asoslarini o'rgatishdan, o'rganilayotgan jarayonlarga iqtisodiy-statistik va ekonometrik usullarni qo'llashni, iqtisodiy dinamikani o'rganishda turli xil funktsiyalar, ekonometrik modellarni kompyuter dasturlari yordamida echish va olingan natijalarni iqtisodiy tahlil qilish bo'yicha boshqaruv qarorlarini qabul qilishda yo'nalish profiliga mos bilim, ko'nikma va malakalarini shakllantirishdan iborat.

Fanning vazifalari – talabalarda turli mulkchilik shaklidagi korxonalarining iqtisodiyotni modernizatsiyalash sharoitida qaror qabul qilish jarayonlarini amalga oshirishda, ularning iqtisodiy ko'rsatkichlarini tahlil qilishda va ushbu sohada vujudga kelishi mumkin bo'lgan amaliy muammolarni echishda ekonometrik usullar va modellar hamda zamonaviy axborot texnologiyalaridan samarali foydalana olishni o'rgatishdan iborat.

Mazkur fanni o'zlashtirish jarayonida bakalavr:

- iqtisodiy tizimlar va jarayonlarning murakkabligi;
- ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarning asosiy ko'rsatkichlari;
- korrelyatsiya, regressiya, dispersion usullari, indekslar nazariyasi usullari;
- ishlab chiqarish funktsiyalari, talab va taklifning ekonometrik modellari;
- ekonometrik modellashtirish tamoyillari;
- iqtisodiy ko'rsatkichlarini kompyuter texnologiyalari asosida ekonometrik modellashtirish va prognozlash haqida tasavvurga ega bo'lishi;
- murakkab iqtisodiy tizimlar va jarayonlarni ekonometrik modellashtirish

- tamoyillarini;
- mikro va makro jarayonlar tahlilida qo'llaniladigan ekonometrik usullar va modellarni;
 - ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlar tahlilida ekonometrik modellaridan foydalanishni;
 - milliy iqtisodiyot ko'rsatkichlarini kompyuter texnologiyalari asosida ekonometrik modellashtirishni bilishi va ulardan foydalana olishi;
 - murakkab iqtisodiy tizimlar va jarayonlarni modellashtirish;
 - ijtimoiy-iqtisodiy tizimlarni tasvirlashda ekonometrik usullardan foydalanish;
 - mikro va makroiqtisodiy ko'rsatkichlar tahlilida ekonometrik modellashtirish vositalaridan foydalanish;
 - “eng kichik kvadratlar” usullari va trend modellaridan foydalanish;
 - ishlab chiqarish jarayonlarini ekonometrik modellashtirish;
 - noaniqlik va tavakkalchilik sharoitida optimal qaror qabul qilish;
 - iqtisodiy o'sish modellarini tuzish;
 - maxsus amaliy dasturlar paketlari va kompyuter texnologiyalari asosida ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish ko'nikmalarga ega bo'lishi;
 - yangi axborot texnologiyalari sharoitida mikro va makro jarayonlar tahlilida qo'llaniladigan ekonometrik usullar va modellar to'g'risida, iqtisodiy o'sish modellarini tuzish to'g'risida, ishlab chiqarish jarayonlarini ekonometrik modellashtirish to'g'risida, “eng kichik kvadratlar” usullari va trend modellaridan foydalanish to'g'risida aniq malakalarga ega bo'lishi kerak.

III. Asosiy nazariy qism (ma'ruza mashg'ulotlari)

1-modul. Ekonometrik modellashtirish asoslari

1-mavzu. Ekonometrika faninig predmeti, usullari, vazifalari va asosiy tushunchalari

Ekonometrikaga kirish. Fanning maqsadi va vazifalari. Ekonometrika va uning statistika va boshqa fanlar bilan aloqasi. Iqtisodiy tizimlar va jarayonlarning murakkabligi. Iqtisodiyotni ekonometrik modellashtirishning zarurligi. Ekonometrik model to'g'risida tushuncha. Ekonometrik modellarni yaratish shartlari. Ekonometrik modellashtirish. Ekonometrik modellarning statistik bazasi. Bozor munosabatlari sharoitida iqtisodiy ko'rsatkichlarning tahlili va bashoratida ekonometrik modellardan foydalanish. Aniq iqtisodiy ob'ektlar. Bog'lanishlarni iqtisodiy talqin qilish. Ekonometrikada matematik usullar va modellarning ahamiyati.

2-mavzu. Ekonometrik modellarning axborot ta'minoti va ststistikaning asosiy tushunchalari

Iqtisodiy ma'lumotlarni olish va ularning statistik tabiati. Iqtisodiy ma'lumotlarni qayta ishlash. Ekonometrikada o'zgaruvchilar va ularning turlari. Bog'liq va bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilarni tanlash. Natijaviy ko'rsatkich va ta'sir

etuvchi omillar. Endogen va ekzogen omillar. Fiktiv uzgaruvchilar. Omilli va natijaviy belgilar. Ekonometrik modellarni ma'lumotlariga qo'yiladigan talablar. Omillar o'lchov birligini tanlash. Dastlabki axborotni shakllantirish. Vaqtli qatorlar va fazoviy ma'lumotlarning farqlari. Ekonometrik modellarni tuzishda qatnashadigan iqtisodiy ma'lumotlarga qo'yiladigan talablar.

To'plam to'g'risida tushuncha. Bosh, tanlama, cheklangan, cheksiz to'plamlar. To'plam birligi, elementi, kuzatish. Chastota, mutloq va nisbiy miqdorlar. O'rtacha qiymat. Variatsiya. Variant, variatsion qator. Variatsiya chegarasi, Ekstremal qiymat. O'rtacha chiziqli farq. Dispersiya. O'rtacha kvadratlik farq. Variatsiya koeffitsienti. Ekstsess. Asimmetriya.

2-modul. Ekonometrik tahlil asoslari

3-mavzu. Juft korrelyatsion-regression tahlil

Bog'likliklar turlarini o'rganish. Bir omilli chiziqli bog'lanish. Korrelyatsiyali bog'liqliklarni qo'llanilishi. Stoxastik bog'liqliklar. Regressiya. Chiziqli va chiziqsiz regression bog'lanishlar: parabola, logarifmik funktsiya, darajali, ko'rsatkichli, giperbola, logarifmik funktsiyalar. Juft chiziqli regressiya (ekonometrik model) tushunchasi. Regressiya koeffitsientlari. "Eng kichik kvadratlar" (EKK) yordamida regressiya koeffitsientlarini hisoblash. Regressiya koeffitsientlarining iqtisodiy ma'nosi.

Kovariatsiya koeffitsienti va uni hisoblash usuli. Korrelyatsiya maydoni. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsienti. Bog'lanishning zichligi, tahlilning samaradorligini. Korrelyatsiya koeffitsientini hisoblash uslubi. Korrelyatsiya koeffitsientini o'zgarish intervallari. Korrelyatsiya koeffitsienti turlari. Korrelyatsiya koeffitsientini ahamiyatini Styudent mezoni bo'yicha baholash. Korrelyatsion tahlil bosqichlari. Chiziqsiz bog'lanishlar uchun korrelyatsiya indeksini hisoblash. Determinatsiya koeffitsienti. Korrelyatsion tahlilning iqtisodiy ma'nosi.

4-mavzu. Ko'p omilli ekonometrik tahlil

Iqtisodiy jarayonlarning ko'p omilli xususiyatlari va o'zgarish qonuniyatlari. Ekonometrik model tuzishda omillarni tanlash uslubiyoti. Multikolleniarlik. Ko'p omilli regressiya tenglamasining shaklini tanlash. Ko'p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini aniqlash. Regressiyaning xususiy tenglamasi Elastiklik koeffitsientlarini hisoblash. Ko'p omilli korrelyatsiya. Xususiy korrelyatsiya. Ko'p omilli determinatsiya koeffitsienti. Ko'p omilli ekonometrik (regression) model. Chiziqli va chiziqsiz ko'p omilli regression bog'lanishlar. "Eng kichik kvadratlar" usuli yordamida ko'p omilli ekonometrik modelning koeffitsientlarini hisoblash. Umumlashtirilgan va bavoita "eng kichik kvadratlar" usuli. Ekonometrik model parametrlarini iqtisodiy tahlili.

5-mavzu. Ekonometrik modellarni baholash

Ekonometrik modellarni ahamiyatini Fisher mezoni va approksimatsiya xatoligi yordamida baholash. Ekonometrik modellar sifatini ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti va determinatsiya koeffitsienti yordamida baholash. "EKK" bajarilishini Darbin-Uotson mezoni bo'yicha baholash. Gomoskedatlik va geteroskedatlik. Geteroskedatlikni aniqlash uchun testlar. Musbat va manfiy avtokorrelyatsiya. Avtokorrelyatsiyani aniqlash uchun testlar. Avtokorrelyatsiyani paydo bo'lishi sabablari. Avtokorrelyatsiyani bartaraf etish yo'llari. Styudent mezoni yordamida ekonometrik model parametrlarini baholash. Elastiklik koeffitsientlarini hisoblash. Bosh to'plam koeffitsientlari qiymatlarining ishonchlilik intervallarini hisoblash.

6-mavzu. Tenglamalar tizimi ko'rinishidagi ekonometrik modellar

Ekonometrikada qo'llaniladigan tenglamalar tizimi haqida tushuncha. Tenglamalar tizimi turlari. O'zaro bo'liq bo'lmagan tenglamalar tizimi. Ekzogen va endogen o'zgaruvchilar. Bir vaqtli tenglamalar tizimi. Modellarining tuzilmaviy va keltirilgan shakllari. Tenglamalar tizimi parametrlarini "eng kichik kvadratlar usuli" yordamida hisoblash uslubiyoti. Tuzilmaviy model parametrlarini baholash. Tizimni identifikatsilash muammolari. Bir vaqtli tenglamalar tizimining iqtisodiy ahamiyatli misollari.

7-mavzu. Davriy qatorlarda ekonometrik modellshtirish

Davriy qatorlar to'g'risida umumiy tushunchalar va ularni tahlil qilish vazifalari. Davriy qatorlar turlari (trend modellari). Davriy qator tuzilishi: tsiklik komponenta, mavsumiy komponenta va qoldiq komponenta. Additiv va multiplikativ modellar. Tendentsiyani yo'qotish usullari. Trenddan chetlash usuli. Ketma-ket ayirmalar usuli. Regressiya modeliga vaqt omilini kiritish kiritish.

3-modul. Amaliy ekonometrik modellar va prognozlash

8-mavzu. Amaliy ekonometrik modellar

Iqtisodiy o'sish tushunchasi. Ishlab chiqarish modellari. Ishlab chiqarish funksiyalari. Ishlab chiqarish funksiyasi turlari. Ko'rsatkichli funktsiya. Kobba-Duglas funksiyasi. Darajali modelni chiziqli ko'rinishga keltirish usuli. Anamorfoza usuli. Ishlab chiqarish funksiyasi xarakteristikalarini. Istemol tanlovi modellari. Ishlab chiqarish omillarining o'zaro almashish normasi va elastiklik koeffitsienti. Iqtisodiy o'sish modellari. Iqtisodiyot dinamikasi modellari. Dinamik muvozanat. Muvozanat narx. Muvozanatning oddiy modellari. EVANS modeli. Solou modeli. Daromad funksiyasi. Iste'mol funksiyasi. Talab va taklifni tahlil qilish. Iqtisodiyotda chiziqli modellar.

9-mavzu. Iqtisodiy ko'rsatkichlarni prognozlashda ekonometrik modellardan foydalanish

Ishlab chiqarish omillari. Ijtimoiy-iqtisodiy prognozlash: umumiy tushunchalar va ob'ektlari. Prognozlash funktsiyalari. Prognozlash ob'ektlarining tizimli tahlili. Prognoz usullari va ularning turlari. Prognozlash usullari. Ekspert usuli. Ekstrapolyatsiya usuli. Trend (vaqt) bo'yicha regressiya tenglamasi qiymatlarini tekislash. Ekonometrik modellar usuli. Ekonometrik tenglamalar tizimi yordamida prognozlash usuli. Imitatsion usul. Stsenariy usuli.

IV. Amaliy mashg'ulotlar bo'yicha ko'rsatma va tavsiyalar

Amaliy mashg'ulotlar uchun quyidagi mavzular tavsiya etiladi:

- Ekonometrik modellarning axborot ta'minoti.
- Ekonometrikada statistika va ehtimollar nazariyasi hamda matematik statistikaning asosiy tushunchalari.
- Juft korrelyatsion-regression tahlil.
- Ko'p omilli ekonometrik tahlil.
- Ekonometrik modellarni baholash.
- Tenglamalar tizimi ko'rinishidagi ekonometrik model.
- Davriy qatorlar.
- Amaliy ekonometrik modellar.
- Iqtisodiy ko'rsatkichlarni prognozlashda ekonometrik modellardan foydalanish.

Amaliy mashg'ulot mavzularida fanning ishchi o'quv dasturini ishlab chiqishda qo'shimcha va o'zgarishtirishlar kiritilishi mumkin.

Amaliy mashg'ulotlarni tashkil etish buyicha kafedra professor- o'qituvchilari tomonidan ko'rsatma va tavsiyalar ishlab chiqiladi. Unda talabalar asosiy ma'ruza mavzulari bo'yicha olgan bilim va ko'nikmalarini amaliy masalalar echish orqali yanada boyitadilar. Shuningdek, darslik va o'quv qo'llanmalar asosida talabalar bilimlarini mustahkamlashga erishish, tarqatma materiallardan foydalanish, ilmiy maqolalar va tezislarni chop etish orqali talabalar bilimini oshirish, masalalar echish, mavzular buyicha ko'rgazmali qurollar tayyorlash va boshqalar tavsiya etiladi.

V. Mustaqil ta'lim va mustaqil ishlar

Mustaqil ta'lim uchun tavsiya etiladigan mavzular:

- 2017-2021 yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishlari bo'yicha harakatlar strategiyasi bo'yicha chora-tadbirlar dasturi asosida real sektor korxonalarida mahsulot raqobatbardoshligini oshirishning ekonometrik tahlili.
- Ko'p omilli ekonometrik tahlilda omillarni tanlash muammosi.

- Ekonometrik modellashtirishda qo'llaniladigan amaliy dasturlar paketlarining xususiyatlari.
- Ekonometrik modellar parametrlarini aniqlashda “eng kichik kvadratlar usuli” dan foydalanish uslubiyoti.
- Tenglamalar tizimi ko'rinishidagi ekonometrik model.
- Additiv va multiplikativ ekonometrik modellarni tuzish.
- Tovarlar bozori konyunktura o'zgarishlarini hisobga olgan holda iqtisodiy tahlilni amalga oshirish va asosiy ko'rsatkichlarni prognozlash.
- Makroiqtisodiy indikatorlarni ishlab chiqarish funksiyalari yordamida tadqiq qilish.
- Mahsulotga bo'lgan talab va taklifning ekonometrik modelini tuzish va 5 yilga prognozini amalga oshirish.
- Bozor hajmini aniqlashda ekonometrik modellardan foydalanish.

Fanning ishchi o'quv dasturini ishlab chiqishda mustaqil ta'lim va mustaqil ish mavzularida o'zgarishlar kiritilishi mumkin.

Fan bo'yicha kurs ishi. Fan bo'yicha kurs ishi o'quv rejada rejalashtirilmagan.

VI. Asosiy va qo'shimcha o'quv adabiyotlar hamda axborot manbaalari

Asosiy adabiyotlar

1. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
2. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.
3. Abdullaev O.M., Xodiev B.Yu., Ishnazarov A.I. Ekonometrika. Uchebnik. – T.: Fan va texnologiya. 2007. – 612 s.
4. Shodiev T.Sh. va boshqalar. Ekonometrika. –T.: TDIU, 2007. – 270 b.
5. Abdullaev O.M., Jamalov M.S. Ekonometricheskoe modelirovanie. Uchebnik. –T.: Fan va texnologiya. 2010. – 612 s.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011. – 1232 p.
2. Valentinov V.A. Ekonometrika: Uchebnik. –M.: ITK «Dashkov i K°», 2009. – 367 s.
3. Kremer N.Sh. Ekonometrika: Uchebnik.–M.: YuNITI-DANA, 2008. –562s.
4. Ayvazyan S.A. Prikladnaya statistika i osnovi ekonometriki. Uchebnik. – M. YuNITI, 2007. – 345 s.
5. Eliseeva. I.I., Kurisheva S.V. i dr. Ekonometrika: Uchebnik. - M.: Finansi i statistika, 2007. – 260 s.

6. Habibullayev I. Iqtisodiy matematik usullar va modellar: o‘quv qo‘llanma / O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligi. -Toshkent: “Tafakkur-Bo‘stoni”, 2012. 112 b.

Internet saytlari

www.mf.uz – O‘zbekiston Respublikasi Moliya vazirligi sayti.

www.lex.uz – O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi.

www.ifmr.uz – O‘zbekiston Respublikasi Prognozlashtirish va makroiqtisodiy tadqiqotlar instituti sayti.

www.mineconomu.uz – O‘zbekiston Respublikasi Iqtisodiyot vazirligi sayti.

www.stat.uz – O‘zbekiston Respublikasi davlat statistika qo‘mitasi rasmiy sayti.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ФИНАНСОВЫЙ ИНСТИТУТ

За зарегистрировано
учебно-методическим отделом
№ _____
2019год “ ___ ” _____

Ташкентский финансовый институт
Проректор по учебной работе
И.Кузиев
2019год « ___ » _____



ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКА

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

Сфера знания: 100000 - Гуманитар
200000 - Социальная сфера, экономика и право

Сфера образования: 110000 - Педагогика
230000 – Экономика

Направления образования: 5111000 -Профессиональное образование
(5230600-Финансы, 5230700-Банковское дело, 5230900-Бухгалтерский учет и аудит, 5231200-Страховое дело)

5230600 -Финансы
5230700 -Банковское дело
5230800 -Налоги и налогообложения
5230900 -Бухгалтерский учет и аудит
5231200 -Страховое дело
5231300 -Пенсионное дело
5231500 -Оценочное дело
5232000 -Казначейское исполнение государственного бюджета
5232800 -Электронный бизнес
5232100 -Корпоративные финансы

Ташкент-2019 г.

Рабочая программа дисциплины подготовлена в соответствии с учебной программой дисциплины «Эконометрика», утвержденной приказом №__ от «__» _____ 201__ г. (приложение №__ приказа) Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан

Рабочая программа утверждена протоколом №__ от «__» _____ 201__ г. Совета Ташкентского финансового института.

Составитель: Хабибуллаев И. – ТФИ, кафедра «Высший математики, статистика и эконометрика», д.т.н., профессор.

Рецензенты:

Сиддиқов А. – ГКС РУз, Института переподготовки кадров и статистических исследований, заведующий кафедрой Макроэкономическая статистика и СНС, к.э.н., доцент;

Бабаджанов Ш.Ш. – ТФИ, кафедра «Высший математики, статистика и эконометрика», к.ф.–м.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины обсуждена «__» _____ 2019 г. на заседании № «__» кафедры «Высший математики, статистика и эконометрика» и рекомендована для обсуждения на Совете факультета.

Заведующий кафедрой:

«__» _____ 2019 г. _____ доцент А. Р. Хашимов

Рабочая программа дисциплины обсуждена «__» _____ 201__ г. на заседании № «__» Совета факультета «Бухгалтерского учета и аудит» и рекомендована для рассмотрения на учебно-методическом Совете института.

Декан факультета Бухгалтерского учета и аудит:

«__» _____ 2019 г. _____ доцент К.Д. Каримова

Рабочая программа дисциплины обсуждена «__» _____ 2019г. на заседании № «__» учебно-методического Совета института и рекомендована для рассмотрения на Совете института.

Согласовано:

Начальник учебно-методического отдела:

«__» _____ 2019 г. _____ к.э.н., доцент Т. Баймурадов

Введение

В контексте модернизации экономики понимание изменения конкурентной среды и условий рынка, анализ состояния экономики Узбекистана в условиях интеграции в мировое сообщество, углубленный анализ законов развития условий рынка, создание конкурентоспособной экономики и устойчивого экономического роста, решение проблем занятости путем организации новых рабочих мест, стимулирование и поддержка малого бизнеса и частного предпринимательства, которое играет важную роль в повышении доходов и благосостояния населения являются актуальными вопросами, в решении которых, обучение будущих специалистов с использованием передовых педагогических, компьютерных технологий остается приоритетом.

Дисциплина «Эконометрика» изучает взаимосвязи социально-экономических явлений и процессов путем построения эконометрических моделей, оценивает существенность модели, анализируют и реализуют модели, основанные на разных критериях, и прогнозируют социально-экономические показатели.

Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины «Эконометрика» является обучение основам эконометрического моделирования таких сложных экономических систем, как национальная экономика и её подразделений в условиях рыночных отношений, применение экономико-статистических и экономико-математических методов к изучаемым процессам, решение с помощью компьютерных программ эконометрических моделей и экономической анализ полученных результатов при изучении экономической динамики.

Задачами дисциплины «Эконометрика» являются: овладение методологией построения эконометрических моделей сложных экономических систем; изучение типовых эконометрических моделей; управление экономическими системами и применение эконометрических моделей в анализе; эффективное использование современных информационных технологий для построения эконометрических моделей и анализа сложных экономических систем.

В рамках вопросов, рассматриваемых в процессе усвоения дисциплины «Эконометрика» студент должен:

- **основные методы эконометрического моделирования;**
- **проблемы выбора переменных эконометрической модели;**
- **методы оценки параметров линейных эконометрических моделей;**
- **системы взаимосвязанных эконометрических моделей;**
- **методы оценки параметров нелинейных моделей;**

студент должен уметь и владеть (владеть навыками):

– **применения эконометрического инструментария необходимого для современного анализа состояния национальной экономике в целом и ее отраслей;**

- **способы построения системы показателей;**
- **классификации эконометрических моделей;**
- **изучения ряда наиболее характерных эконометрических методов и моделей;**

– **расширения и углубления на этой основе теоретических знаний о количественных взаимосвязях и закономерностях в экономике;**

– **методическими приемами проведения эконометрических расчетов и анализа полученных результатов;**

Инновационные педагогические технологии в преподавании дисциплины и проектирования учебных занятий

Преподавание дисциплины предполагает максимального использования интерактивных, коммуникативных, перцептивных подходов к преподаванию естественных наук, умение связывать аутентичные материалов: аудио, видео, журналы, интернет-ресурсы с практическими фактами и событиями, оценивать и анализировать результаты, полученные в дополнение к учебной литературе. Необходимо уделять особое внимание формированию умений, компетенций и компетенций на основе инновационных способностей мышления.

Исходя из вышеизложенного, в процессе проектирования учебных занятий учитывать такие тенденции как:

- **критерии выбора;**
- **категоризация целей обучения;**
- **модуляция учебных материалов;**
- **их изучение, анализ и обработка;**
- **обучаемый должен приобрести теоретические знания и навыки, чтобы применить их на практике, уделяя особое внимание таким**

факторам, как определение результатов обучения и эффективное установление независимого обучения.

Распределения объёма часов по дисциплине “Эконометрика” по направлениям - **5111000-Профессиональное образование (5230600-Финансы, 5230700-Банковское дело, 5230900-Бухгалтерский учет и аудит, 5231200-Страховое дело) 5230600–Финансы, 5230700-Банковское дело, 5230800-Налоги и налогообложения, 5230900-Бухгалтерский учет и аудит, 5231200-Страховое дело, 5231300-Пенсионное дело, 5231500-Оценочное дело, 5232000-Казначейское исполнение государственного бюджета, 5232800-Электронный бизнес, 5232100-Корпоративные финансы, 5232700-Финансирование инновационных проектов (3 курс, 5 семестр)**

№	Названия темы занятий	Всего	В том числе		
			Лекции	Практ. занятия	Сам. работа
1.	Введение эконометрики	6	2	2	2
2	Теоретические основы регрессионного анализа	8	2	2	4
3.	Парная регрессия	18	6	6	6
4.	Оценка эконометрических моделей	14	4	4	6
5.	Многофакторная регрессия	14	4	4	6
6.	Эконометрическая модель в виде системы уравнений	14	4	4	6
7.	Регрессионный анализ временных рядов	18	4	6	6
8.	Моделирование временных рядов и прогнозирования	14	6	4	6
9.	Применение эконометрических моделей при прогнозировании социально-экономических процессов	14	4	4	6
	Итого	120	36	36	48

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1. Содержание лекционных занятий

1-Тема. Введение эконометрики

Цель и задачи предмета. История возникновения эконометрики и отрасли применения. Взаимосвязь эконометрики со статистикой и другими дисциплинами. Необходимость эконометрического моделирования социально-экономических процессов и явлений. Понятие об эконометрической модели. Особенности эконометрического метода. Основные направления эконометрической методологии. Виды эконометрики: теоретическая эконометрика и прикладная эконометрика.

Важность математических методов и моделей в эконометрике. Статистическая база данных эконометрических моделей. Применение эконометрических моделей для анализа и прогнозирования экономических показателей в условиях рыночных отношений. Этапы эконометрического моделирования.

2-Тема. Теоретические основы регрессионного анализа

Экономический смысл корреляционно-регрессионного анализа. Получение данных о социально-экономических явлениях и процессов и их статистический характер. Обработка экономических данных. Виды признаков: результативный и факторный признак. Виды переменных: зависимая и независимая переменная, эндогенная и экзогенная переменная, фиктивные переменные. Требования к данным эконометрической модели. Выбор системы измерения факторных признаков. Формирование исходной информации. Временные ряды и пространственные информации. Требования к экономическим информации при построении эконометрических моделей.

3-Тема. Парная регрессия

Изучение видов взаимосвязей. Однофакторная линейная взаимосвязь. Применение корреляционной зависимости. Стохастические зависимости. Функциональная и статистическая зависимости. Регрессия. Линейные зависимости. Понятие о парной линейной регрессии. Коэффициент регрессии. Методы расчета коэффициентов парной регрессии и их экономический смысл. Метод наименьших квадратов. Условия применения корреляционного анализа. Коэффициент ковариации и методы их расчета. Линейный коэффициент корреляции. Теснота связи. Методы оценки тесноты связи. Интервал изменения коэффициента корреляции. Экономическая интерпретация коэффициента корреляции. Этапы корреляционного анализа. Линейные зависимости: парабола, гипербола, логарифмическая, степенная, показательная и др. функции. Линейные регрессионные модели. Нелинейные регрессионные модели. Индекс корреляции, как измеритель тесноты связи нелинейных взаимозависимостей.

4-Тема. Оценка эконометрических моделей

Значимость эконометрических моделей в процессе экономического анализа. Коэффициент детерминации. Оценка качества модели через коэффициента детерминации. Средняя ошибка аппроксимации и оценка качества модели. Критерия Фишера и оценка значимости моделей. Случайные ошибки коэффициентов уравнения регрессии. Критерия Стюдента и оценка коэффициентов уравнении регрессии. Определения доверительных интервалов параметров эконометрических моделей. Прогнозирование с помощью эконометрических моделей. Определение значение средней ошибки и доверительного интервала прогноза.

5-Тема. Многофакторная регрессия

Спецификация многофакторности экономических процессов и закономерности изменения. Отбор факторов при построении эконометрических моделей. Мультиколлинеарность: понятие, характерные признаки. Сущность гомоскедастичности и гетероскедастичности. Тесты на обнаружения гетероскедастичности. Выбор формы уравнения множественной регрессии. Оценка параметров уравнения множественной регрессии. Система многофакторных уравнений в стандартизованных масштабах. Частные уравнения регрессии. Коэффициент эластичности. Множественная корреляция. Частная корреляция. Коэффициент многофакторной детерминации. Многофакторный эконометрический модель. Линейные и нелинейные многофакторные связи. Оценка параметров уравнения множественной регрессии методом наименьших квадратов. Обобщенный и косвенный метод наименьших квадратов. Экономическая интерпретация коэффициентов эконометрической модели.

6-Тема. Эконометрические модели в виде системы уравнений

Общее понятие о системах уравнений, используемых в эконометрике. Виды систем уравнений в эконометрических уравнений. Система независимых уравнений. Эндогенные и экзогенные переменные. Система одновременных уравнений. Структурная и приведенная форма модели. Методология исчисления параметров системы уравнений методом наименьших квадратов. Оценка параметров структурной модели. Проблема идентификации системы эконометрических уравнений.

7-Тема. Регрессионный анализ временных рядов

Общие понятие о временных рядах и их обработка. Основные компоненты временного ряда. Трендовые, циклические, сезонные и случайные компоненты. Аддитивные и мультипликативные модели. Автокорреляция уровней временного ряда. Свойства коэффициента автокорреляции. Автокорреляционная функция временного ряда, коррелограмма. Модели устойчивости временных рядов (ARIMA).

8-Тема. Моделирование и прогнозирование колебаний с помощью временных рядов

Моделирование тенденции временных рядов. Отбор трендовых функции при моделировании тенденции. Отбор функции тренда. Моделирование сезонных и циклических колебаний. Аддитивные и мультипликативные модели временных рядов. Процесс построения моделей. Процесс построения аддитивной модели. Процесс построения мультипликативной модели. Особенности оценки взаимосвязи временных рядов. Метод исключения тенденции. Метод отклонения от тренда. Метод последовательных разностей. Введение временного фактора в модель. Автокорреляция в остатках. Критерия Дарбино-Уатсона. Прогнозирование по аддитивной модели. Построение модели временного ряда.

9-Тема. Применение эконометрических моделей при прогнозирование социально-экономических процессов

Концепция экономического роста. Производственные модели и функции. Типы производственных функций. Показательная функция. Функция Кобба-Дугласа и его основные характеристики. Метод приведения степенной модели к линейной. Анаморфозный метод. Характеристика производственной функции. Модели потребительского выбора. Норма взаимного обмена факторов производства и коэффициента эластичности. Модели макроэкономического равновесия – классическая и Кейсианская. Модели экономического роста. Модели экономической динамики. Динамическое равновесие. Балансовая цена. Простые балансовые модели. Модель EVANS. Модель Solou. Функция Домарадо. Функция потребления. Эконометрические модели спроса и предложения.

Факторы производства. Социально-экономическое прогнозирование: общие понятия и объекты. Функции прогнозирования. Систематический анализ объектов прогнозирования. Методы и виды прогнозов. Экспертный метод. Метод экстраполяция. Метод эконометрического моделирования.

Методы прогнозирования с использованием системы эконометрических уравнений. Метод имитации. Метод сценария.

2. Содержание практических занятий

1-Тема. Введение эконометрики

Цель и задачи предмета. История возникновения эконометрики и отрасли применения. Взаимосвязь эконометрики со статистикой и другими дисциплинами. Необходимость эконометрического моделирования социально-экономических процессов и явлений. Понятие об эконометрической модели. Особенности эконометрического моделирование. Основные направления эконометрической методологии. Важность математических методов и моделей в эконометрике. Статистическая база эконометрических моделей. Применение эконометрических моделей для анализа и прогнозирования экономических показателей в условиях рыночных отношений.

2-Тема. Теоретические основы регрессионного анализа

Экономический смысл корреляционно-регрессионного анализа. Получение данных о социально-экономических явлениях и процессах и их статистический характер. Обработка экономических данных. Виды переменных в эконометрике и их виды. Выбор зависимых и независимых переменных. Результативный и факторный признак. Требования к эконометрическим моделям. Выбор системы измерения факторных признаков. Формирование исходной информации. Временные ряды и пространственные информации. Требования к экономическим информациям при построении эконометрических моделей.

3-Тема. Парная регрессия

Однофакторная линейная взаимосвязь. Стохастические зависимости. Функциональная и статистическая зависимости. Линейные зависимости. Парная линейная регрессия (эконометрическая модель). Коэффициент регрессии. Методы расчета коэффициентов парной регрессии и их экономический смысл. Метод наименьших квадратов и применения и применение для расчета коэффициентов регрессии. Коэффициент ковариации и методы их расчета. Площадь корреляции. Теснота связи,

оценки тесноты связи. Интервал изменения коэффициента корреляции. Таблица Чеддака. Этапы корреляционного анализа. Линейные регрессионные модели. Нелинейные регрессионные модели. Индекс корреляции, как измеритель тесноты связи нелинейных взаимозависимостей.

4-Тема. Оценка эконометрических моделей

Коэффициент детерминации и оценка качества модели через коэффициента детерминации. Средняя ошибка аппроксимации и оценка качества модели. Критерия Фишера и оценка значимости моделей. Случайные ошибки коэффициентов уравнения регрессии. Критерия Стюдента и оценка коэффициентов уравнении регрессии. Определения доверительных интервалов параметров эконометрических моделей. Прогнозирование с помощью эконометрических моделей. Определение значение средней ошибки и доверительного интервала прогноза.

5-Тема. Многофакторная регрессия

Методология отбора факторов при построении эконометрических моделей. Определения мультиколлинеарности. Тесты на обнаружения гомоскедастичности и гетероскедастичности. Выбор формы уравнения множественной регрессии. Оценка параметров уравнения множественной регрессии. Многофакторная уравнения стандартизированных масштабах. Частная уравнения регрессии. Исчисления коэффициента эластичности. Многофакторная корреляция. Частная корреляция. Коэффициент многофакторной детерминации. Многофакторные эконометрические (регрессионные) модель. Линейные и нелинейные многофакторные связи. Оценка параметров уравнения множественной регрессии методом наименьших квадратов. Применение обобщенной и косвенной метод наименьших квадратов.

6-Тема. Эконометрические модели в виде системы уравнений

Система независимых уравнений. Эндогенные и экзогенные переменные. Система одновременных уравнений. Построение структурной и приведенной формы моделей. Исчисления параметров системы уравнений методом наименьших квадратов. Оценка параметров

структурной модели. Идентификации системы эконометрических уравнений.

7-Тема. Регрессионный анализ временных рядов

Временные ряды и их основные компоненты. Расчет трендовых, циклические, сезонные и случайные компоненты. Построение аддитивных и мультипликативных моделей. Определение автокорреляции уровней временного ряда. Построение автокорреляционной функции и коррелограммы временного ряда. Модели устойчивости временных рядов(ARIMA).

8-Тема. Моделирование и прогнозирование колебаний с помощью временных рядов

Моделирование тенденции временных рядов. Отбор трендовых функции при моделировании тенденции. Отбор соответствующий функции тренда. Моделирование сезонных и циклических колебаний. Построение аддитивных и мультипликативных моделей временных рядов. Оценка взаимосвязи временных рядов. Применение методов исключения тенденции, отклонения от тренда, метод последовательных вычитаний. Введение временного фактора в модель.. Оценка автокорреляция в остатках по критерию Дарбино-Уатсона.

9-Тема. Применение эконометрических моделей при прогнозирование социально-экономических процессов

Моделировании на основе производственных моделей и функции, показательной функции, функции Кобба-Дугласа. Приведение степенной модели к линейной. Построение модели потребительского выбора. Исчисление нормы взаимного обмена факторов производства и коэффициента эластичности. Модели макроэкономического равновесия – классическая и Кейсианская. Модели экономического роста. Построение модели экономической динамики. Динамическое равновесие, определение равновесной цены. Простые модели равновесия, применение модели EVANSa, Solou. Функции дохода, потребления, эконометрические модели спроса и предложения. Факторы производства. Социально-экономическое прогнозирование: общие понятия и объекты. Функции прогнозирования. Систематический анализ объектов прогнозирования. Применение при прогнозировании экспертного метода, метода экстраполяции, метода эконометрического моделирования, метод имитации, метод сценария..

Прогнозирования с использованием системы эконометрических уравнений.

3. Методические указания по выполнению лабораторных работ

Согласно учебному плану выполнение лабораторных работ не предусмотрено.

4. Методические указания по выполнению курсовых работ

Согласно учебному плану выполнение курсовых работ не предусмотрено.

5. Форма и содержание самостоятельного образования

Самостоятельное образование студентов представляет собой одну из важнейших форм учебно-воспитательного процесса в высших учебных заведениях. Целью ее проведения является углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях, развитие творческого мышления и умение самостоятельной работы над учебной и научной литературой, расширению кругозора. Кроме этого, накопленный в процессе подготовки самостоятельной работы материал студенты могут использовать в дальнейшем в своей научной деятельности, выступая на научных конференциях. Самостоятельная работа проводится в форме реферата, доклада или самостоятельного раскрытия определенных тем. Темы рефератов или самостоятельных работ утверждаются кафедрой.

Тематика самостоятельной работы по дисциплине «Эконометрика»

№	Темы самостоятельных работ	Темы курса	Задания и рекомендации по выполнению	Время выполнения
1	Предмет, метод, задачи и история возникновения эконометрики	Предмет, метод, задачи и основные понятия эконометрики	Подготовка рефератов	В течении первой половины семестра
2	Эконометрический анализ повышения конкурентноспособности продукции предприятий реального сектора на основе	Теоретические основы регрессионного анализа	Изучение доклада и подготовка презентаций по отраслям.	В течении первой половины семестра

	программы мероприятий по предоставлению структурных реформ, модернизации и диверсификации производства на 2017-2021 гг.			
3	Построение линейной и нелинейной эконометрических моделей	Парный корреляционно-регрессионный анализ	Выполнение индивидуальных задач	В течении первой половины семестра
4	Эконометрическое моделирование и анализ экономических процессов в предприятиях реального сектора	Оценка эконометрической модели	Подготовка презентации	В течении первой половины семестра
5	Экономический анализ и прогнозирования основных показателей с учетом изменения конъюнктуру рынка товаров	Многофакторный эконометрический анализ	Подготовка слайдов	В течении семестра
6	Эконометрическое моделирование взаимосвязанных экономических процессов. Использование эконометрических моделей при определении объема рынка.	Экономические модели в виде системы уравнений	Кейс -стадии	В течении семестра
7	Изучение макроэкономических индикаторов с использованием производственной	Регрессионный анализ во временных рядах.	Выполнение индивидуальных задач	В течении семестра

	функции			
8	Построение аддитивной и мультипликативной эконометрической модели во временных рядах	Эконометрическое моделирование во временных рядах	Выполнение индивидуальных задач	В течении семестра
9	Построение эконометрической модели спроса и предложения товаров и прогнозирование на 5 летний срок	Применение эконометрических моделей при прогнозировании социально-экономических процессов	Выполнение индивидуальных задач	В течении семестра

6. Виды контроля и критерии оценки

Методы оценки	Экспресс тесты, письменные работы, опрос, презентации
Тесты, письменная работа, устное вопросы-ответы	86-100 балл, "отлично" наличие творческого мышления; умение самостоятельно мыслить; умение применять полученные знания на практике, знать, пересказать, принятие решений и подведение итогов. 71-85 балл, "хорошо" умение самостоятельно мыслить, умение применять полученные знания на практике, понимание значения, умение представлять. 55-70 балл, "удовлетворительно" иметь представление об изучаемой экономических процессов, понимание значения, 0-54 балл, "не удовлетворительно" не умение самостоятельно излагать пройденный материал.

Типы рейтинговое оценки

Форма контроля		Максимальный балл	Общий балл
1	Текущий контроль	36	100
2	Промежуточный контроль	34	
3	Итоговой контроль	30	

Текущий контроль		Максим ..балл	Время проведения
Текущий контроль (20 ball)	Сам.Раб. (16 балл)	36	Течение семестр

Joriy nazorat darslarga aktiv ishtiroki va o'zlashtirish darajasi, mashg'ulot daftarlarining yuritilish holati va mavzular bo'yicha vazifalarining bajarilishini e'tiborga olish orqali amalga oshiriladi.	Mustaqil ta'limni baholash talabalar portfoliosi (prezetatsiya, testlar, yozma ishvariantlari, keys - stadiylar) orqali amalga oshiriladi		a
--	---	--	---

Промежуточный контроль			Макс. балл	Время проведения
№	Пром. контроль (20 балл)	Сам.раб. (14 балл)	34	Течение семестра
I	Oraliq nazorat ma'ruza darslarida aktivligi, mashg'ulot yuritilish holatini e'tiborga olish va oraliq nazorat ishining baholanishi orqali amalga oshiriladi. (8 ball)	Mustaqil ta'limni baholash talabalar portfoliosi (prezetatsiya, testlar, yozma ish variantlari, keys stadiylar) orqali amalga oshiriladi. (6 ball)	14	В течение I пром.конт ро-ля
II	Oraliq nazorat ma'ruza darslarida aktivligi, mashg'ulot daftarlarining yuritilish holatini e'tiborga olish va oraliq nazorat ishining baholanishi orqali amalga oshiriladi. (12 ball)	Mustaqil ta'limni baholash talabalar portfoliosi (prezetatsiya, testlar, yozma ish variantlari, keys stadiylar) orqali amalga oshiriladi (8 ball)	20	В течение II пром.конт ро-ля

Итоговой контроль

№	Итоговой контроль	Максим. балл	Время проведения
1	Yakuniy nazorat yozma yoki	30	В период

Список используемой литературы

Основная литература

1. . Christopher Dougherty. **Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573.**
2. Matching, Regression Discontinuity, Difference in Differences, and Beyond by Myoung-jae Lee, Oxford University Press. 2016, 280p.
3. Эконометрика. Елисеева И.И. Учебник для бакалавриата и магистратуры . Научная школа: Санкт-Петербургский государственный экономический университет . Санкт-Петербург. 2017, 449 с.
4. Xodiev B.Yu., Shodiev T.Sh., Berkinov B.B. **Ekonometrika: o'quv qo'llanma. –Т.: IQTISODIYOT, 2018. -178 b.**
5. Habibullaev I., Utanov B. **Ekonometrika asoslari: o'quv qo'llanma. –Т.: IQTISOD-MOLIYA. 2018. -192 b.**

Дополнительная литература

6. Introductory Econometrics: A Modern Approach 6th edition by Jeffrey. M. Wooldridge, South-Western College Publishers. 2015, 789p.
7. Basic Econometrics. Damodar N. Gujarati, Dawn C.Porter. 2015, 989p.
8. Greene W.H. **Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011.– 1232 p.**
9. Эконометрика. Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. Научная школа: Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» Москва 2018,334 с.
10. Habibullayev I. **Iqtisodiy matematik usullar va modellar: O'quv qo'llanma / O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. -Т: “Tafakkur-Bo'stoni”, 2012. 112 b.**

Интернет сайты

- www.stat.uz – официальный сайт Государственного комитета по статистике Республики Узбекистан.
- www.mf.uz – сайт министерства Финансов Республики Узбекистан.
- www.ifmr.uz – сайт института Прогнозирования и макроэкономических исследований Республики Узбекистан.
- www.mineconom.uz – сайт министерства Экономики Республики Узбекистан.

Учебные материалы лекционных занятий

1-ТЕМА

ПРЕДМЕТ, МЕТОД, ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ

ПЛАН:

- 1.1. Введение в эконометрику. Предмет дисциплины эконометрика**
- 1.2. Понятие об эконометрической модели**
- 1.3. Эконометрическое моделирование**

Ключевые слова и понятия: Эконометрика, Описательная статистика, Эконометрическое моделирование, Статистический вывод, Постановка теории или гипотезы, Уточнение математической модели теории, Уточнение статистическую или эконометрическую модель, Получение данных, Оценка параметров эконометрической модели.

1.1. Введение в эконометрику. Предмет дисциплины эконометрика

Буквально интерпретированное, эконометрика означает "экономическое измерение». Хотя измерение является важной частью эконометрики, сфера эконометрики гораздо шире, как можно видеть из следующих цитат:

Эконометрика, результат определенного взгляда на роль экономики, состоит в применении математической статистики в экономических данных кредитовать эмпирическую поддержку моделей, построенных по математической экономике и получить численные результаты.

... эконометрика может быть определена как количественный анализ реальных экономических явлений на основе параллельного развития теории и наблюдений, связанных с соответствующими методами логического вывода.

- Первые попытки количественных исследований в экономике относятся к XVII в. Они были связаны с представителями нового направления в экономической теории — политической арифметики. У. Петти, Ч. Давенант, Г. Кингиспользовали конкретные экономические данные в своих исследованиях, в первую очередь, при расчёте национального дохода. Это направление пробудило поиск экономических законов, по аналогии с физическими, астрономическими и другими естественнонаучными законами. При этом существование неопределённости в экономике ещё не осознавалось.
- Важным этапом возникновения эконометрики явилось развитие статистической теории в трудах Ф. Гальтона, К. Пирсона, Ф. Эджворта. Эти учёные предопределили первые применения парной корреляции. Так, Дж. Э. Юл определял связь между уровнем бедности и формами помощи бедным. Г. Хукер же измерял связь между уровнем брачности и благосостоянием, в котором использовалось несколько индикаторов благосостояния, также он исследовал временные ряды экономических переменных.
- С 1830-х годов наиболее развитые страны стали испытывать необъяснимые с точки зрения экономической науки того времени потрясения — упадок деловой активности, возникновение массовой безработицы. Быстрое промышленное развитие и урбанизация выявили огромный пласт нерешённых социальных проблем. Уже в конце XIX в. неоклассическая теория стала восприниматься как слишком удалённая от действительности. Теория могла стать убедительной в том случае, если она бы смогла объяснить изменения, происходящие в экономике. Для её практического применения требовались количественные выражения базовых экономических терминов.

Эконометрика может быть определена как социальная наука, в которой инструменты экономической теории, математики и статистические выводы применяются к анализу экономических явлений.

Искусство эконометристом заключается в нахождении множества предположений, которые являются одновременно достаточно конкретными и достаточно реалистично, чтобы позволить ему принять наилучшее преимущество из доступных ему данных. Эконометристы ... являются положительным помощником в попытке рассеять плохое имиджем экономики (количественных или иным образом) в качестве предмета, в котором открываются пустые коробки, предполагая существование Сан-открывалки раскрыть содержание которых любые десять экономисты интерпретируют в 11 направлениях.

Изучение вводного курса статистики является обязательным условием для любого серьезного курса эконометрики. И вот почему. Курс эконометрики преследует две цели. Во-первых, необходимо показать, как различные количественные методы могут быть использованы для моделирования статистических данных. Это относительно просто. Вторая цель — выработать понимание статистических свойств этих методов, а также того, почему они работают в одних случаях, но не работают в других. Это гораздо сложнее. Поэтому именно такой навык является реально востребованным, — здесь нужны хорошие базовые знания теории статистики. Если вы не изучали статистику, то вам на время следует отложить эту книгу в сторону и вернуться к ней, изучив основы статистики.

1.2. Понятие об эконометрической модели

Вводный курс статистики обычно востребован в различных дисциплинах. По этой причине некоторые его темы не имеют большого значения для эконометрики. За исключением глав, посвященных выборкам, оценкам и гипотезам,

тезам, другие главы, которые имеют отношение к курсам бизнеса или психологии, во многом расходятся с тематикой эконометрики. Далее перечислен список тем из теории статистики, которые нужно знать для изучения эконометрики.

Описательная статистика. Распределения частот и графическое представление, включая гистограммы (но не в виде деревьев); линейные графики; меры положения и вариации (среднее значение, медиана, мода, дисперсия и стандартное отклонение).

Этот обычный материал не должен вызывать затруднения.

Вероятность. Пространство событий, относительная частота, понятие вероятности; предельная и условная вероятности. Для наших целей простого понимания этих явлений

Теорему Байеса знать не обязательно. *учайные переменные, распределения вероятностей и ожидания.* Этот материал требует внимания. Тем не менее, нет смысла изучать все статистические распределения, которые интересны статистикам. Вам нужно понимать свойства нормального распределения, а также биномиального распределения. Остальные распределения знать не обязательно.

Выборки. Достаточно знания простой случайной выборки. Вам не следует тратить время на стратификацию или кластеры, хотя вы наверняка встречались с этими темами, если проводили опросы. Вы не обязаны знать о выборках без замещения.

Оценки. Понимание разницы между способом оценивания и оценкой имеет большое значение. Вы обязаны знать о несмещенности, дисперсии и оценивании дисперсии.

Статистический вывод. Вы обязательно должны глубоко понимать смысл статистических выводов. Вам нужно знать разницу между ошибками первого рода и второго рода, понимать, что такое уровень значимости теста, а также логику использования одностороннего или двустороннего теста. Вы должны уметь проводить t - и F -тесты, но знать математические формулы t - и F -распределений необязательно. Вам должны быть известны доверительные интервалы. Обязательно уметь применять все эти понятия для проверки гипотез. Необязательно тратить время на проверку гипотез, относящихся к разностям средних значений выборок, или гипотез, относящихся к выборочным пропорциям.

Дисперсионный анализ. Желательно знать эту тему, но это не самое важное.

После изучения этих тем вводного курса статистики, вероятно, можно сосредоточиться на введении в регрессионный анализ; поскольку для многих студентов, изучивших курс статистики, эконометрика не будет отдельным курсом, полезно изучить введение в эту тему. Возможно, это так, но для наших целей это пока еще преждевременно и будет ненужным дублированием.

Обзор этих тем не может заменить изучения курса статистики. Он делается лишь для того, чтобы дать возможность повторить и закрепить статистические понятия, которые особенно нужны для эконометрического анализа. Скорее всего, вам будете не известна только одна тема — асимптотические свойства способов оценивания (свойства, когда выборка становится очень большой). Эта тема имеет для нас большое значение. Наш обзор не касается проверки гипотез. Принципы проверки гипотез рассмотрены в контексте регрессионного анализа, но если вы никогда не были знакомы с этой темой, вам следует изучить ее самостоятельно, до того, как вы займетесь эконометрикой

Метод эконометрических исследований направлена, по существу, в сочетании экономической теории и фактических измерений, с использованием теории и методики статистического вывода в качестве моста пирса.

Почему отдельная дисциплина?

Как свидетельствуют предыдущие определения, эконометрика является сплавом экономической теории, математической экономики, экономической статистики и математической статистики. Тем не менее, тема заслуживает того, чтобы изучать в своем собственном праве по следующим причинам.

Экономическая теория делает заявления или гипотезы, которые в основном качественный характер. Например, микроэкономическая теория утверждает, что, при прочих неизменных, снижение цены товара, как ожидается, увеличить требуемое количество этого товара. Таким образом, экономическая теория постулирует отрицательная или обратная зависимость между ценой и количеством требуемой от товара. Но сама теория не дает числовую меру соотношения между ними; то есть, она не говорит, сколько количество будет идти вверх или вниз в результате определенного изменения цены товара. Это работа эконометриста обеспечить такие численные оценки. Иными словами, эконометрика дает эмпирическое содержание к большей экономической теории.

Основной задачей математической экономики является выражение экономической теории в математической форме (уравнений) без учета измеримость или эмпирической проверки теории. Эконометрика, как уже отмечалось ранее, в основном заинтересованы в эмпирической проверке экономической теории. Как мы увидим, эконометрист часто использует математические уравнения, предложенные математического экономиста, но ставит эти уравнения в такой форме, что они поддаются эмпирической проверке. И это преобразование математических уравнений в эконометрических требует большой изобретательности и практических навыков.

Экономическая статистика в основном касается сбора, обработки и представления экономических данных в виде графиков и таблиц. Это рабочие

места экономической статистике. Это он или она, кто в первую очередь отвечает за сбор данных о валовом национальном продукте (ВНП), занятость, безработица, цены, и так далее. Данные, собранные таким образом составляют исходные данные для эконометрической работы. Но экономический статистик не идти дальше, не будучи связаны с использованием собранных данных для проверки экономических теорий. Конечно, тот, кто делает это становится эконометристом.

Хотя математическая статистика предоставляет множество инструментов, используемых в торговле, эконометристу часто необходимы специальные методы с учетом уникальной природы большинства экономических данных, а именно, что данные не генерируются в результате контролируемого эксперимента. Эконометрист, как метеоролог, как правило, зависит от данных, которые не могут управляться непосредственно. Как Спанос правильно замечает:

В эконометрике модельер часто сталкивается с наблюдательными в отличие от экспериментальных данных. Это имеет два важных последствия для эмпирического моделирования в эконометрике. Во-первых, модельеру требуется освоить самые разные навыки, чем те, которые необходимы для анализа экспериментальных данных. , , Во-вторых, разделение коллектора данных и аналитика данных требует модельера для ознакомления / себя полностью с природой и структурой данных о которых идет речь.

1.3. Эконометрическое моделирование

Грубо говоря, традиционные эконометрические методологии протекают по следующим направлениям:

1. Постановка теории или гипотезы.
2. Уточнение математической модели теории.
3. Уточнение статистическую или эконометрическую модель.
4. Получение данных.

5. Оценка параметров эконометрической модели.
6. Тестирование гипотез.
7. Прогнозирование или предсказание.
8. Использование модели для целей управления или политики.

Чтобы проиллюстрировать предыдущие шаги, рассмотрим хорошо известную кейнсианской теории потребления.

1. Постановка теории или гипотезы

Кейнс утверждал:

Основной психологический закон ... в том, что мужчины [женщины] расположены, как правило, и в среднем, чтобы увеличить их потребление, как их доход увеличивается, но не так сильно, как увеличение их доходов.

Короче говоря, Кейнс предположил, что предельная склонность к потреблению (МРС), скорость изменения потребления за единицу (скажем, доллар) изменение дохода, больше нуля, но меньше, чем 1.

2. Уточнение математической модели потребления

Хотя Кейнс постулировал положительную взаимосвязь между потреблением и доходом, он не уточнил точную форму функциональной связи между ними. Для простоты, математический экономист может предложить следующий вид функции кейнсианского потребления:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X \quad 0 < \beta_2 < 1 \quad (I.3.1)$$

где Y = расходы на потребление и X = доход, и где β_1 и β_2 , известный как параметры модели, являются, соответственно, коэффициент наклона и пересечения.

Коэффициент наклона в 2 измеряет ПДК. Геометрически уравнение I.3.1 является таким, как показано на рисунке I.1. Это уравнение, в котором говорится, что потребление линейно связано с доходом, является примером математической модели взаимосвязи между потреблением и доходом, который называется функцией потребления в экономике. Модель представляет собой

просто набор математических уравнений. Если модель имеет только одно уравнение, как и в предыдущем примере, она называется моделью с одним уравнением, в то время как, если она имеет более чем одно уравнение, известно как модель множественного уравнения (последний будет рассмотрен позже в книге).

В уравнении. (I.3.1) переменная появляется слева от знака равенства, называется зависимой переменной и переменной (Y) на правой стороне называется независимым, или пояснительная переменная (X). Таким образом, в функции кейнсианской потребления, уравнение. (I.3.1), потребление (расходы) является зависимой переменной и источником дохода является объясняющей переменной.

3. Спецификация эконометрической модели потребления

Чисто математическая модель функции потребления данной в уравнении. (I.3.1) имеет ограниченный интерес к эконометристам, ибо она предполагает, что существует точная или детерминированная взаимосвязь между потреблением и доходом. Но отношения между экономическими переменными, как правило, неточны. Таким образом, если мы должны были получить данные о потребительских расходах и располагаемых (т.е. после уплаты) дохода образца, скажем, 500 американских семей и построить эти данные на миллиметровой бумаге с потребительским расходам на вертикальной оси и располагаемого дохода по горизонтали оси, мы не будем ожидать, что все 500 наблюдений лежать точно на прямой линии уравнения. (I.3.1), потому что, в дополнение к доходу, другие переменные влияют на потребительские расходы. Например, размер семьи, возраст членов в семье, семейной религии и т.д., могут оказать некоторое влияние на потребление.

Для обеспечения неточных отношений между экономическими переменными, эконометрист изменил бы функцию детерминированный потребления в уравнении. (I.3.1) следующим образом:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + U \quad (I.3.2)$$

где U , известный как нарушения или ошибки, термин, является случайной (стохастической) переменной, которая имеет четко определенные вероятностные свойства. Термин возмущение у вполне может представлять все те факторы, которые влияют на потребление, но не учитываются в явном виде.

Уравнение I.3.2 является примером эконометрической модели. Технически, это является примером линейной регрессионной модели, которая является основной проблемой этой книги. Эконометрическая функция потребления предполагает, что зависимой переменной Y (потребление) линейно связано с объясняющей переменной X (дохода), но о том, что отношения между двумя не является точным; она подвержена индивидуальной изменчивости.

Эконометрическая модель функции потребления можно изобразить, как показано на рисунке I.2.

4. Получение данных

Для оценки эконометрической модели, приведенной в формуле (I.3.2), то есть, чтобы получить численные значения B и B_2 , нам нужны данные. Хотя мы будем иметь больше говорить о решающем значении данных для экономического анализа в следующей главе, а пока давайте посмотрим на данные, приведенные в таблице I.1, которые относятся к экономике США за период 1960-2005 гг. Y переменная в этой таблице представляет собой совокупность (для экономики в целом) личные потребительские расходы (PCE), а переменная X является валовой внутренней продукт (ВВП), показатель совокупного дохода, как измеряется миллиардами 2000 долларов. Таким образом, данные в "реальных" условиях; то есть, они измеряются в постоянных (2000) ценах. Данные приведены на рисунке I.3 (см Рисунок I.2). В настоящее время безнадзорности линия, проведенная на рисунке.

5. Оценка эконометрической модели

Теперь, когда у нас есть данные, наша следующая задача состоит в том, чтобы оценить параметры функции потребления. Численные оценки

параметров дают эмпирическое содержание в функции потребления. Фактическая механика оценки параметров будут обсуждаться в главе 3. В настоящее время, обратите внимание, что статистический метод регрессионного анализа является основным инструментом, используемым для получения оценок. Используя эту технику, и данные, приведенные в таблице I.1, получаем следующие оценки В и В2, а именно, -299.5913 и 0.7218. Таким образом, оценочная функция потребления:

$$Y_t = -299.5913 + 0.7218X_t \text{ (I.3.3)}$$

Шапочка на Y указывает на то, что она является оценкой. Оценочная функция потребления (т.е. линия регрессии) показана на рисунке I.3.

ТАБЛИЦА I.1

Данные по Y (Личные потребительские расходы) и X (валовой внутренний продукт, 1960-2005), как в 2000 году миллиарды долларов

<i>Год</i>	<i>PCE(Y)</i>	<i>CDP(X)</i>
<i>1960</i>	<i>1597.4</i>	<i>2501.8</i>
<i>1961</i>	<i>1630.3</i>	<i>2560.0</i>
<i>1962</i>	<i>1711.1</i>	<i>2715.2</i>
<i>1963</i>	<i>1781.6</i>	<i>2834.0</i>
<i>1964</i>	<i>1888.4</i>	<i>2998.6</i>
<i>1965</i>	<i>2007.7</i>	<i>3191.1</i>
<i>1966</i>	<i>2121.8</i>	<i>3399.1</i>
<i>1967</i>	<i>2185.0</i>	<i>3484.6</i>
<i>1968</i>	<i>2310.5</i>	<i>3652.7</i>
<i>1969</i>	<i>2396.4</i>	<i>3765.4</i>
<i>1970</i>	<i>2451.9</i>	<i>3771.9</i>
<i>1971</i>	<i>2545.5</i>	<i>3898.6</i>
<i>1972</i>	<i>2701.3</i>	<i>4105.0</i>
<i>1973</i>	<i>2833.8</i>	<i>4341.5</i>

<i>1974</i>	<i>2812.3</i>	<i>4319.6</i>
<i>1975</i>	<i>2876.9</i>	<i>4311.2</i>
<i>1976</i>	<i>3035.5</i>	<i>4540.9</i>
<i>1977</i>	<i>3164.1</i>	<i>4750.5</i>
<i>1978</i>	<i>3303.1</i>	<i>5015.0</i>
<i>1979</i>	<i>3383.4</i>	<i>5173.4</i>
<i>1980</i>	<i>3374.1</i>	<i>5161.7</i>
<i>1981</i>	<i>3422.2</i>	<i>5291.7</i>
<i>1982</i>	<i>3470.3</i>	<i>5189.3</i>
<i>1983</i>	<i>3668.6</i>	<i>5423.8</i>
<i>1984</i>	<i>3863.3</i>	<i>5813.6</i>
<i>1985</i>	<i>4064.0</i>	<i>6053.7</i>
<i>1986</i>	<i>4228.9</i>	<i>6263.6</i>
<i>1987</i>	<i>4369.8</i>	<i>6475.1</i>
<i>1988</i>	<i>4546.9</i>	<i>6742.7</i>
<i>1989</i>	<i>4675.0</i>	<i>6981.4</i>
<i>1990</i>	<i>4770.3</i>	<i>7112.5</i>
<i>1991</i>	<i>4778.4</i>	<i>7100.5</i>
<i>1992</i>	<i>4934.8</i>	<i>7336.6</i>
<i>1993</i>	<i>5099.8</i>	<i>7532.7</i>
<i>1994</i>	<i>5290.7</i>	<i>7835.5</i>
<i>1995</i>	<i>5433.5</i>	<i>8031.7</i>
<i>1996</i>	<i>5619.4</i>	<i>8328.9</i>
<i>1997</i>	<i>5831.8</i>	<i>8703.5</i>
<i>1998</i>	<i>6125.8</i>	<i>9066.9</i>
<i>1999</i>	<i>6438.6</i>	<i>9470.3</i>
<i>2000</i>	<i>6739.4</i>	<i>9817.0</i>
<i>2001</i>	<i>6910.4</i>	<i>9890.7</i>

2002	7099.3	10048.8
2003	7295.3	10301.0
2004	7577.1	10703.5
2005	7841.2	11048.6

Как показано на рисунке I.3 показывает, линия регрессии соответствует данным достаточно хорошо в том, что точки данных очень близки к линии регрессии. Из этого рисунка мы видим, что за период 1960-2005 коэффициента наклона (т.е. ПДК) составляла около 0,72, предполагая, что в течение периода выборки увеличение реальных доходов одного доллара привело, в среднем, к увеличению около 72 центов в реальных расходов на потребление. Мы говорим, в среднем, потому что отношения между потреблением и доходом является неточным; как это видно из рис I.3, не все точки лежат точно на линии регрессии. Проще говоря, мы можем сказать, что, по нашим данным, в среднем, или среднее, потребительские расходы выросли примерно на 72 центов за увеличения на один доллар в реальном доходе.

6. Проверка гипотез

Предполагая, что встроенная модель является достаточно хорошим приближением к действительности, мы должны разработать соответствующие критерии, чтобы выяснить, является ли получены оценки, скажем, уравнение I.3.3 согласуются с ожиданиями теории, которая проходит испытания. В соответствии с "Позитивный" экономистов, как Милтон Фридман, теории или гипотезы, которая не является проверяемым путем обращения к эмпирические данные не могут быть допустимы в рамках научного исследования.

Как было отмечено ранее, Кейнс ожидал, что MPC будет положительным, но меньше 1. В нашем примере мы обнаружили, что MPC составляет около 0,72. Но прежде, чем мы примем этот вывод, как подтверждение теории кейнсианский потребления, мы должны спросить ли эта оценка значительно ниже единицы, чтобы убедить нас в том, что это не случайность или

особенность частых данных, которые мы использовали. Другими словами, это 0,72 статистически меньше, чем 1? Если да, то это может поддержать теорию Кейнса.

Такое подтверждение или опровержение экономических теорий на основе выборки данных основывается на ветви статистической теории, известной как статистического вывода (проверка гипотез). В этой книге мы увидим, как на самом деле этот процесс проводили умозаключение.

7. Прогнозирование или предсказывание

Если выбранная модель не опровергает гипотезу или рассматриваемой теории, мы можем использовать его, чтобы предсказать будущую стоимость зависимого, или прогноз, переменная Y на основе известной или ожидаемой будущей стоимости пояснительная или предсказателем, переменная X .

Чтобы проиллюстрировать это, предположим, мы хотим предсказать расходы среднего уровня потребления на 2006 год значение ВВП за 2006 г. составил 11319.4 млрд долларов.

Полагая этот показатель ВВП на правой части уравнения. (I.3.3), получим:

или около 7870 млрд долларов. Таким образом, принимая во внимание значение ВВП, среднее или среднее, прогноз, расходы на потребление составляет около 7870 млрд долларов. Фактическое значение расхода на потребление сообщили в 2006 году составил 8044 млрд долларов. Расчетная модель уравнения. (I.3.3), таким образом, занижены по сравнению с фактическими расходами на потребление около 174 млрд долларов. Мы могли бы сказать, что ошибка прогноза составляет около 174 000 000 000 долларов, что составляет около

1,5 процента от фактического значения ВВП за 2006 год Когда мы полностью обсудим модель линейной регрессии в последующих главах, мы попытаемся выяснить, если такая ошибка "маленький" или "большой". Но что

важно сейчас, следует отметить, что такие ошибки прогноза неизбежны, учитывая статистический характер нашего анализа.

Существует еще одно применение расчетной модели уравнения. (I.3.3). Предположим, что президент решит предложить снижение налога на прибыль. Каков будет эффект такой политики в отношении доходов и, таким образом, на потребительские расходы и в конечном итоге на работу?

Предположим, что в результате предлагаемого изменения политики, инвестиционных расходов расширяются. Что будет влияние на экономику? Как показывает макроэкономической теории, изменение следующие виды доходов, скажем, стоит доллара изменения инвестиционных расходов определяется дохода мультипликатора M , который определяется как

$$M = \frac{1}{1 - MPC} \quad (I.3.5)$$

Если мы используем MPC 0,72, полученного в формуле. (I.3.3), этот множитель становится равным примерно $M = 3,57$. То есть, увеличение (уменьшение) доллар инвестиций в конечном итоге приведет к более чем трехкратное увеличение (уменьшение) дохода; обратите внимание, что требуется время для мультипликатор для работы.

Критическое значение в этом вычислении является MPC, для множитель зависит от него. И эта оценка MPC может быть получена из моделей, таких как выход уравнения. (I.3.3). Таким образом, количественная оценка ПДК дает ценную информацию для целей политики. Зная ПДК, можно прогнозировать дальнейший ход доходов, расходов на потребление и занятость после изменения фискальной политики правительства.

8. Применение модели для управления или политики целей

Предположим, что мы имеем оценочную функцию потребления, приведенные в формуле. (I.3.3). Предположим далее, что правительство считает, что потребительские расходы около 8750 (миллиарды 2000 долларов) будет держать уровень безработицы на нынешнем уровне около 4,2 процента (в

начале 2006 года). Какой уровень дохода будет гарантировать целевой суммы расходов на потребление?

Если результаты регрессии приведены в формуле. (I.3.3) представляется разумным, простая арифметика показывает, что

которая дает $X = 12537$, приблизительно. То есть, уровень дохода около 12537 (миллиардов) долларов, дана MPC около 0,72, будет производить расходование около 8750 млрд долларов.

Поскольку эти расчеты показывают, по оценкам, модель может быть использована для контроля или политики, целей. Путем соответствующего сочетания фискальной и денежно-кредитной политики, правительство может манипулировать управляющей переменной X для получения желаемого уровня целевой переменной Y .

Выбор среди конкурирующих моделей

Когда правительственное учреждение (например, министерство торговли США) собирает экономические данные, такие как, что показанные в таблице I.1, это не обязательно иметь какую-либо экономическую теорию в виду. Как же тогда можно узнать, что данные действительно поддерживают кейнсианскую теорию потребления? Это потому, что функция кейнсианского потребления (т.е. линия регрессии), показанная на рисунке I.3 чрезвычайно близки к реальным точкам данных? Возможно ли, что другая модель потребления (теория), возможно, в равной степени соответствовать данным, а? Например, Милтон Фридман разработал модель потребления, называется доход. Как классифицирует схема на рисунке I.5 предполагает, эконометрику, можно разделить на две основные категории: теоретическая эконометрика и прикладная эконометрика. В каждой категории можно подойти к этому вопросу в классическом или байесовской традициях.

Теоретическая эконометрика касается разработки соответствующих методов измерения экономических отношений специализируемая на эконометрических моделях. В этом аспекте, эконометрика сильно опирается на

математической статистике. Например, один из методов, широко используемый, является метод наименьших квадратов. Теоретические эконометрики должны изложить предположения этого метода, его свойства, и что происходит с этими свойствами, когда один или несколько предположений метода не FUL заполняли.

В прикладных эконометрики мы используем инструменты теоретических эконометрики для изучения некоторых специальных поле экономики и бизнеса, такие как функции производства, инвестиционной функции, функций спроса и предложения, теории портфеля и т.д.

Эта книга касается в основном с развитием эконометрических методов, их предположениям, их использования, а также их ограничения. Эти методы проиллюстрированы примерами из различных областей экономики и бизнеса. Но это не книга прикладной эконометрики в том смысле, что он вникает глубоко в какой-либо конкретной поля экономического применения.

Контрольные вопросы:

1. Какой ученый в XVII ввел в обиход термин статистика?
2. Эконометрические методы решения вопросов оптимизации в экономике?
3. Что обозначает термин “Эконометрика” ?
4. Что такое оценка эконометрической модели?
5. Математические модели динамики экономических явлений и процессов?
6. Этапы анализа качества экономических процессов с использованием эконометрических моделей?

2-ТЕМА

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К НИМ

ПЛАН:

2.1. Экономические информации и их обработка

2.2. Экономические показатели и их типы.

2.3. Требование по построению эконометрических моделей и формирование исходной информации.

Ключевые слова и понятия: Эконометрическая информация, Статистическая информация, Статистическое наблюдение, Достоверность, Статистическая сводка, Группировка, Статистические ряды распределения, Вариационные ряды, Статистическая таблица.

2.1. Экономические информации и их обработка

Эконометрическая информация формируется в результате статистического наблюдения экономических объектов.

Слово «информация» в переводе с латинского языка означает осведомленность, давать сведения о чем-либо.

***Статистическая информация* (статистические данные) — первичный статистический материал, формирующийся в процессе статистического наблюдения, который затем подвергается систематизации, сводке, обработке, анализу и обобщению. Она является фундаментом эконометрического исследования.**

Статистическая информация может быть прежде всего получена из различных публикаций. Главными источниками опубликованной статистической информации являются издания органов государственной

***Статистическое наблюдение* — это начальная стадия экономико - статистического исследования.**

статистики. Если нет соответствующих данных в статистических сборниках, то можно получить их самим, т.е. провести статистическое наблюдение.

Она представляет собой научно организованную работу по собиранию массовых первичных данных о явлениях и процессах общественной жизни.

Важность этого этапа исследования определяется тем, что использование только объективной и достаточно полной информации, полученной в результате статистического наблюдения, на последующих этапах исследования в состоянии обеспечить научно обоснованные выводы о характере и закономерностях развития изучаемого объекта.

Однако не всякое собирание сведений может быть названо статистическим наблюдением. Статистическим можно назвать лишь такое наблюдение, которое обеспечивает регистрацию устанавливаемых фактов в учетных документах для последующего их обобщения.

Собираемые данные должны отвечать двум требованиям : достоверности и сопоставимости. *Достоверность* — это соответствие данных тому, что есть на самом деле. Вся методика, организация и техника проведения статистического наблюдения должны быть нацелены на обеспечение достоверных данных.

Чтобы данные об отдельных явлениях можно было обобщать, они должны быть сопоставимы друг с другом : собираться в одно и то же время, по единой методике. Кроме того, должна быть обеспечена сравнимость с прошлыми исследованиями, чтобы можно было понять, как изменяется явление.

2.2. Экономические показатели и их типы.

Получаемая в процессе статистического наблюдения информация об отдельных единицах статистической совокупности характеризует их, как правило, с различных сторон. Однако обобщающую характеристику по совокупности в целом можно получить, систематизируя и обобщая полученную

информацию, а также сводку, являющуюся второй стадией статистического исследования, в процессе которого осуществляется научная обработка собранного материала. В результате этого этапа индивидуальные данные превращаются в упорядоченную систему статистических показателей.

Таким образом, *статистическая сводка* — систематизация единичных фактов, позволяющая перейти к обобщающим показателям, относящимся ко всей изучаемой совокупности и ее частям, и осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых явлений и процессов.

Сводка статистической информации, как правило, не ограничивается получением общих итогов по изучаемой совокупности. Чаще всего исходная информация на этой стадии статистической работы систематизируется, образуются отдельные статистические совокупности, т.е. осуществляется статистическая группировка. Причем различающиеся между собой единицы статистической совокупности по значениям изучаемого признака можно объединить в группы (по их сходству или различию в существенном отношении).

Другими словами, *группировка* — это процесс образования однородных групп на основе расчленения статистической совокупности на части или объединение изучаемых единиц в частные совокупности по существенным

Результатом осуществления этого двуединого процесса является разделенный на группы объект наблюдения.

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются в виде статистических рядов распределения и таблиц.

Статистические ряды распределения представляют собой упорядоченное расположение единиц изучаемой совокупности на группы по группировочному признаку.

Ряды распределения, образованные по качественным признакам, называют *атрибутивными*. Следующая таблица является примером статистического ряда распределения по атрибутивному признаку.

Т а б л и ц а 2.1

Распределение продавцов магазина по категориям

Группы продавцов по категориям	Число продавцов (чел.)	В % к итогу
Первая	50	25
Вторая	100	50
Третья	50	25
И т о г о	200	100

При группировке ряда по количественному признаку получаются *вариационные ряды*. При этом вариационные ряды по способу построения бывают *дискретными* (прерывными), основанными на прерывной вариации признака (например, число касс в магазине, комнат в квартире), и *интервальными* (непрерывными), базирующимися на непрерывно изменяющемся значении признака, имеющими любые (в том числе и дробные) количественные выражения (величина фонда оплаты труда, объем товарооборота).

Вариационные ряды состоят из двух элементов: варианты и частоты.

***Варианта* — это отдельное значение варьируемого признака, которое он принимает в ряду распределения. *Частотами* называются численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда.**

Сумма частот составляет объем ряда распределения.

Теперь рассмотрим дискретный ряд распределения (табл. 2.2):

Т а б л и ц а 2.2

Распределение магазинов по числу товарных секций

Число товарных секций	Число магазинов	В % к итогу
1	3	6
2	10	20
3	15	30
4	12	24
5	7	14
6	3	6
Итого	50	100

Здесь в первом столбце приведены варианты, во втором – частоты, а в третьем – частоты.

Характер распределения изображается графически в виде *полигона распределения*, представленного на рис. 2.1.

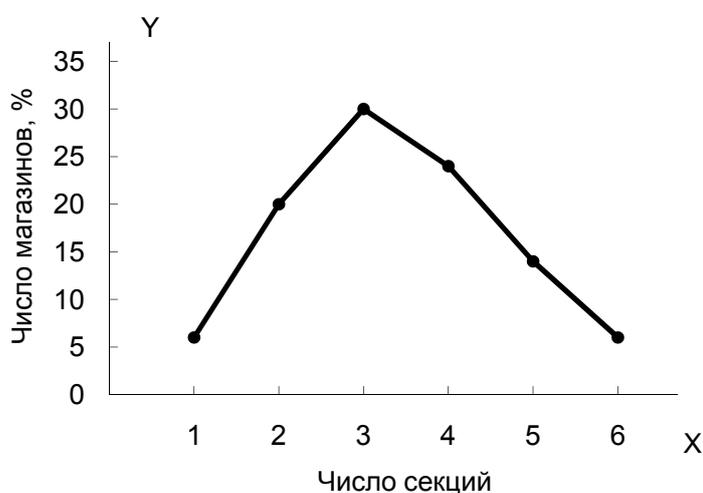


Рис. 2.1. Полигон распределения магазинов по числу товарных секций

Далее рассмотрим интервальный ряд распределения (табл. 2.3):

Т а б л и ц а 2.3

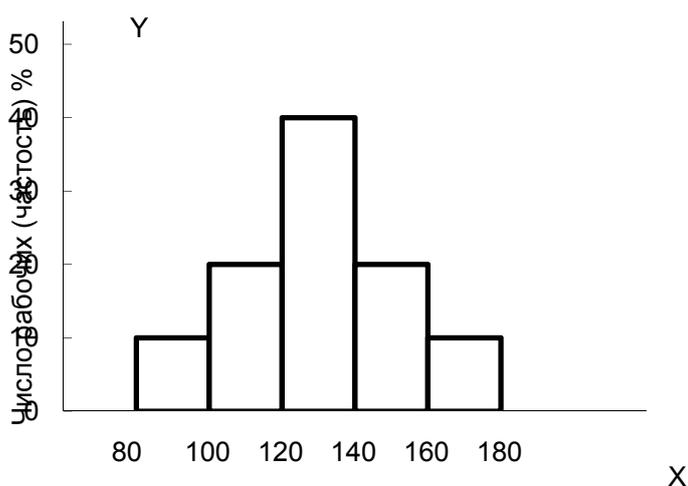
Распределение рабочих завода по выработке

Выработка рабочих (тыс. сум)	Число рабочих (чел.)	В % к итогу
80 – 100	5	10

100 – 120	10	20
120 – 140	20	40
140 – 160	10	20
160 – 180	5	10
Итого	50	100

Интервальный ряд распределения, так же как и дискретный, помогает выявить структуру изучаемого явления. Приведенные в табл. 2.3 данные свидетельствуют о составе продавцов по уровню производительности труда.

Интервальный ряд распределения изображается графически в виде *гистограммы*. При ее построении на оси абсцисс откладывают интервалы ряда, высота которых равна частотам, отложенным на оси ординат. Над осью абсцисс строятся прямоугольники, площадь которых соответствует величинам произведений интервалов на их частоты. Данные табл. 2.3 представлены на рис. 2.2.



Выработка рабочих, тыс. сум.

Рис. 2.2. Гистограмма распределения рабочих по выработке

2.3.Требование по построению эконометрических моделей и формирование исходной информации.

Результаты сводки и группировки материалов наблюдения, как правило, представляются в виде статистических таблиц. Это наиболее рациональная форма представления результатов статистической сводки.

Статистическая таблица — система строк и столбцов, в которых в определенной последовательности и связи излагается статистическая информация о социально-экономических явлениях.

Т а б л и ц а 2.4

**Продажа некоторых продуктов питания
продовольственными магазинами города**

Товарные группы	Продано (тыс. сум.)	
	2011	2012
Мясо и птица	12,8	13,9
Колбасные изделия и копчености всякие	14,0	13,9
Рыба всякая и сельди	2,0	2,4
Молоко и молочные продукты	8,83	8,78

Важное значение при изучении различных процессов имеет графическое изображение статистической информации. Графики являются самой эффективной формой представления данных с точки зрения их восприятия. С помощью графиков достигается наглядность характеристики структуры, динамики, взаимосвязи явлений, их сравнения.

Статистический график представляет собой чертеж, на котором при помощи условных геометрических фигур (линий, точек или других символических знаков) изображаются статистические данные.

Диаграмма представляет собой чертеж, на котором статистическая информация изображается посредством геометрических фигур или символических знаков. Диаграммы бывают разных видов: линейные, радиальные, точечные, плоскостные, объемные, фигурные.

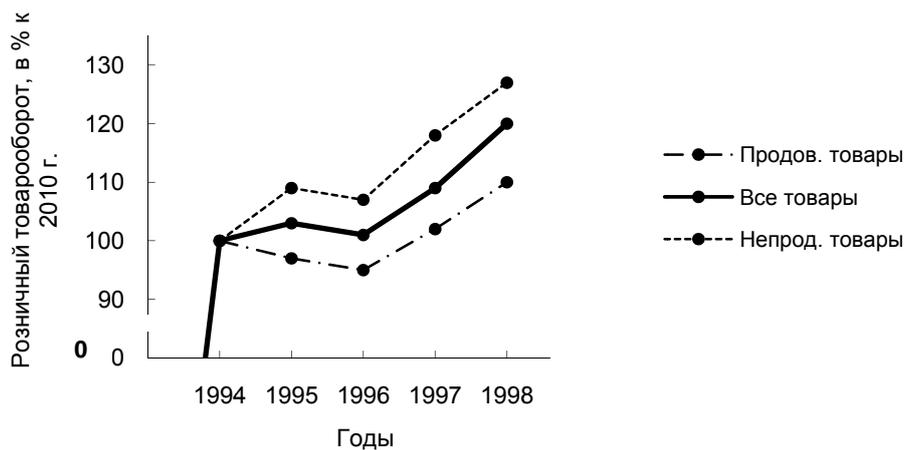


Рис. 2.3. Динамика розничного товарооборота в государственной и кооперативной торговле области (в % к 2010 году)

В статистике наибольшее применение имеют *линейные диаграммы*.

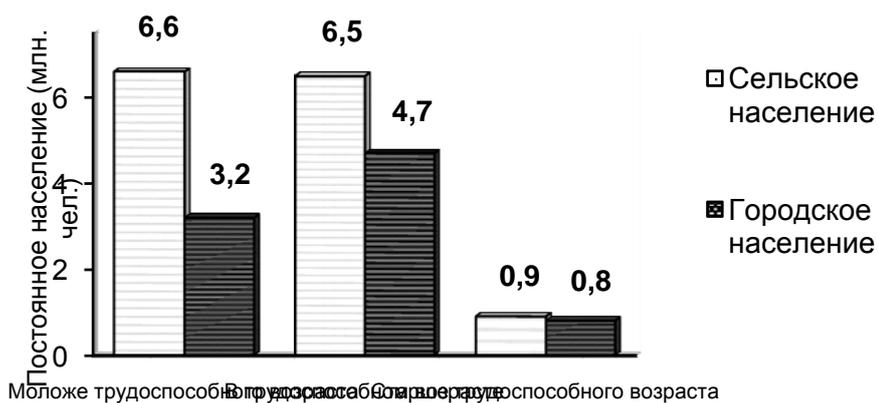


Рис. 2.4. Численность постоянного населения страны

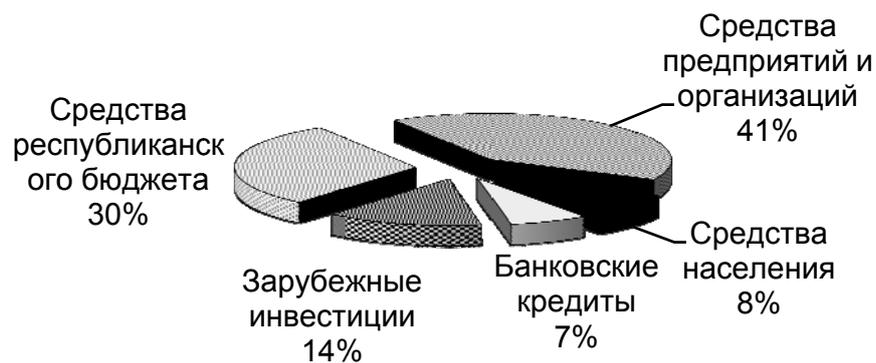


Рис. 2.5. Диаграмма структуры капиталовложений по источникам финансирования в регионе за период с января по июнь 2016 года

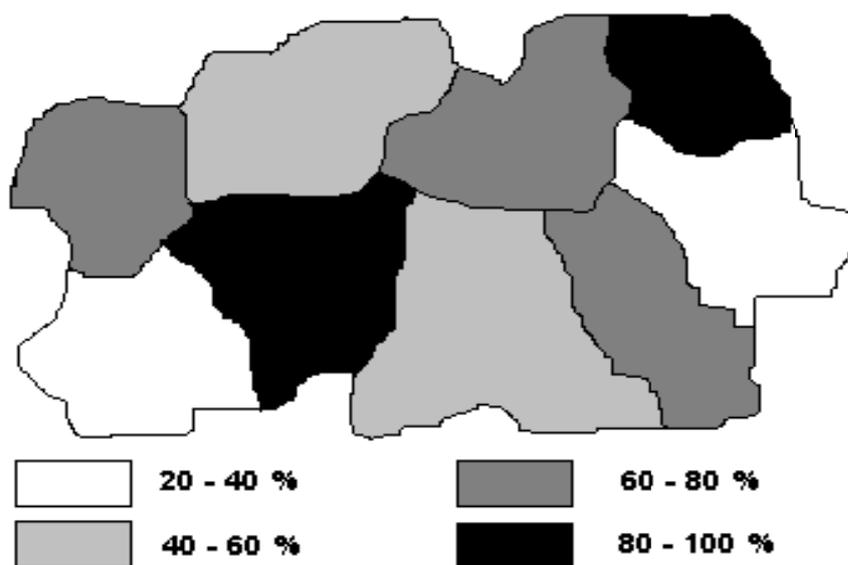


Рис. 2.6. Картограмма, характеризующая процент машинного сбора хлопка по районам

Система совместных, одновременных уравнений (или структурная форма модели) обычно содержит эндогенные и экзогенные переменные.

Эндогенные переменные обозначены в приведенной ранее системе одновременных уравнений как y . Это зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе.

Экзогенные переменные обозначаются обычно как **x**. Это predetermined переменные, влияющие на эндогенные переменные, но не зависящие от них.

При построении эконометрических моделей необходимо обратить на следующие моменты.

При построении моделей выявляются существенные факторы, определяющие исследуемое явление и отбрасываются детали, несущественные для решения поставленной проблемы.

С одной стороны, модели должны быть доступны для изучения, в силу чего они не должны быть слишком сложными — значит, они неминуемо будут лишь упрощенными копиями. Но с другой стороны, выводы, полученные при их изучении, следует распространить на объекты-оригиналы, следовательно, модель должна отражать существенные черты изучаемого реального объекта.

Контрольные вопросы:

1. Что такое статистическое наблюдение?
2. Для выявления и устранения ошибок может применяться...?
3. Какие вопросы решают Государственный комитет по статистике при проведении статистического наблюдения?
4. Эконометрические модели оптимизации в экономике?
5. Что такое Эндогенные переменные?
6. Что такое Экзогенные переменные?

3-ТЕМА

ПАРНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

ПЛАН:

3.1. Спецификация модели.

3.2. Линейная регрессия и корреляция: смысл и оценка параметров.

3.3. Оценка значимости параметров линейной регрессии и корреляции.

3.4. Интервальный прогноз на основе линейного уравнения регрессии.

3.5. Нелинейная регрессия. Корреляция для нелинейной регрессии.

3.6. Средняя ошибка аппроксимации.

Ключевые слова и понятия: Спецификация модели, Случайная величина, ошибки измерения, Линейная регрессия и корреляция, F-критерия, метод наименьших квадратов, Линейный коэффициент корреляции, Средняя ошибка аппроксимации.

3.1. Спецификация модели.

Любое эконометрическое исследование начинается со *спецификации модели*, т. е. с формулировки вида модели исходя из соответствующей теории связи между переменными.

В первую очередь из всего круга факторов, влияющих на результативный признак, необходимо выделить наиболее существенно влияющие факторы. Парная регрессия достаточна, если имеется доминирующий фактор, который и используется в качестве объясняющей переменной. В этом случае нужно знать, какие остальные факторы предполагаются неизменными, возможно, в дальнейшем их придется учесть в модели и от простой регрессии перейти к множественной.

Уравнение простой регрессии характеризует связь между двумя переменными, которая проявляется как некоторая закономерность лишь в

среднем по совокупности наблюдений. В уравнении регрессии корреляционная по сути связь признаков представляется в виде функциональной связи, выраженной соответствующей математической функцией. Практически в каждом отдельном случае величина y складывается из двух слагаемых:

$$y_j = \tilde{y}_{xj} + \varepsilon_j$$

где y_j — фактическое значение результативного признака;

\tilde{y}_{xj} — теоретическое значение результативного признака, найденное исходя из соответствующей математической функции связи y и x , т. е. из уравнения регрессии;

ε_j - случайная величина, характеризующая отклонения реального значения результативного признака от теоретического, найденного по уравнению регрессии.

Случайная величина ε , или возмущение, включает влияние не учтенных в модели факторов, случайных ошибок и особенностей измерения. Ее присутствие в модели обусловлено тремя источниками: спецификацией модели, выборочным характером исходных данных, особенностями измерения переменных.

К ошибкам спецификации будет относиться не только неправильный выбор той или иной математической функции для \tilde{y}_x , но и недоучет в уравнении регрессии какого-либо существенного фактора, т. е. использование парной регрессии вместо множественной. Наряду с ошибками спецификации могут иметь место ошибки выборки, поскольку исследователь чаще всего работает с выборочными данными при установлении закономерной связи между признаками. Ошибки выборки имеют место и в силу неоднородности данных в исходной статистической совокупности, что, как правило, бывает при

изучении экономических процессов. Если совокупность неоднородна, то уравнение регрессии не имеет практического смысла. Для получения хорошего результата обычно исключают из совокупности единицы с аномальными значениями исследуемых признаков.

И в этом случае результаты регрессии представляют собой выборочные характеристики. Использование *временной информации* также представляет собой выборку из всего множества хронологических дат. Изменив временной интервал, можно получить другие результаты регрессии.

Наибольшую опасность в практическом использовании методов регрессии представляют *ошибки измерения*. Если ошибки спецификации можно уменьшить, изменяя форму модели (вид математической формулы), а ошибки выборки — увеличивая объем исходных данных, то ошибки измерения практически сводят на нет все усилия по количественной оценке связи между признаками. Особенно велика роль ошибок измерения при исследовании на макроуровне. Так, в исследованиях спроса и потребления в качестве объясняющей переменной широко используется «доход на душу населения». Вместе с тем статистическое измерение величины дохода сопряжено с рядом трудностей и не лишено возможных ошибок, например в результате наличия сокрытых доходов.

Приведем еще один пример: в настоящее время органы государственной статистики получают балансы предприятий, достоверность которых никто не подтверждает. Последующее обобщение такой информации может содержать ошибки измерения. Исследуя, например, в качестве результативного признака прибыль предприятий, мы должны быть уверены, что предприятия показывают в отчетности адекватные реальной действительности величины.

Предполагая, что ошибки измерения сведены к минимуму, основное внимание в эконометрических исследованиях уделяется *ошибкам спецификации модели*. В парной регрессии спецификация модели связана с

выбором вида математической функции, а в множественной — также с отбором факторов, включаемых в модель.

3.2. Линейная регрессия и корреляция: смысл и оценка параметров.

Линейная регрессия находит широкое применение в эконометрике ввиду четкой экономической интерпретации ее параметров. Линейная регрессия сводится к нахождению уравнения вида:

$$\tilde{y}_x = a + b * x + \varepsilon$$

Уравнение такого вида позволяет по заданным значениям фактора x иметь теоретические значения результативного признака подстановкой в него фактических значений фактора x .

Построение линейной регрессии сводится к оценке ее параметров — a и b . Оценки параметров линейной регрессии могут быть найдены разными методами. Можно обратиться к полю корреляции и, выбрав на графике две точки, провести через них прямую линию, затем по графику найти значения параметров. Параметр a определим как точку пересечения линии регрессии с осью oy , а параметр b оценим исходя из угла наклона линии регрессии как dy/dx , где dy — приращение результата y , а dx — приращение фактора x .

Классический подход к оцениванию параметров линейной регрессии основан на *методе наименьших квадратов* (МНК).

Можно воспользоваться следующими формулами для определения параметров значений a и b :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} * \bar{x}}{x^2 - \bar{x}^2}$$

Параметр b называется коэффициентом регрессии. Его величина показывает среднее изменение результата с изменением фактора на одну единицу. Знак при коэффициенте регрессии b показывает направление связи: при $b > 0$ — связь прямая, а при $b < 0$ — связь обратная.

Возможность четкой экономической интерпретации коэффициента регрессии сделала линейное уравнение регрессии достаточно распространенным в эконометрических исследованиях.

Формально a — значение y при $x = 0$. Если признак-фактор x не имеет и не может иметь нулевого значения, то трактовка свободного члена a не имеет смысла. Параметр a может не иметь экономического содержания. Попытки экономически интерпретировать параметр a могут привести к абсурду, особенно при $a < 0$.

Интерпретировать можно лишь знак при параметре a . Если $a > 0$, то относительное изменение результата происходит медленнее, чем изменение фактора. Иными словами, вариация результата меньше вариации фактора — коэффициент вариации по фактору x выше коэффициента вариации для результата y : $V_x > V_y$.

Уравнение регрессии всегда дополняется показателем тесноты связи. При использовании линейной регрессии в качестве такого показателя выступает **линейный коэффициент корреляции** r_{xy} . Имеются разные модификации формулы линейного коэффициента корреляции, например:

$$r_{xy} = \frac{\sum((x - \bar{x})(y - \bar{y}))}{\sqrt{\sum(y - \bar{y})^2 * \sum(x - \bar{x})^2}} \quad \text{или} \quad r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y})^2}{n}}$$

Как известно, линейный коэффициент корреляции находится в границах - $1 < r_{xy} < 1$.

Если коэффициент регрессии $b > 0$, то $0 < r_{xy} < 1$, и, наоборот, при $b < 0$ - $-1 < r_{xy} < 0$.

Следует иметь в виду, что величина линейного коэффициента корреляции оценивает тесноту связи рассматриваемых признаков в ее линейной форме. Поэтому близость абсолютной величины линейного коэффициента корреляции к нулю еще не означает отсутствия связи между признаками. При иной спецификации модели связь между признаками может оказаться достаточно тесной.

Для оценки качества подбора линейной функции рассчитывается квадрат линейного коэффициента корреляции r^2_{yx} , называемый **коэффициентом детерминации**. Коэффициент детерминации характеризует долю дисперсии результативного признака y , объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака:

$$r^2_{yx} = \frac{\sigma^2_{y\text{объясн.}}}{\sigma^2_{y\text{общ}}}$$

Соответственно величина $1 - r^2$ характеризует долю дисперсии y , вызванную влиянием остальных не учтенных в модели факторов.

Величина коэффициента детерминации является одним из критериев оценки качества линейной модели. Чем больше доля объясненной вариации, тем соответственно меньше роль прочих факторов и, следовательно, линейная модель хорошо аппроксимирует исходные данные.

Линейный коэффициент корреляции как измеритель тесноты линейной связи признаков логически связан не только с коэффициентом регрессии b , но и с коэффициентом эластичности, который является показателем силы связи,

выраженным в процентах. При линейной связи признаков X и y средний коэффициент эластичности в целом по совокупности определяется как

$$\varepsilon = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

т. е. его формула по построению близка к формуле линейного коэффициента корреляции $r_{yx} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

Несмотря на схожесть этих показателей, измерителем *тесноты связи* выступает линейный коэффициент корреляции (r_{yx}), а коэффициент регрессии (b) и коэффициент эластичности (ε) — показатели *силы связи*: коэффициент регрессии является *абсолютной* мерой, так как имеет единицы измерения, присущие изучаемым признакам y и x , а коэффициент эластичности — *относительным* показателем силы связи, потому что выражен в процентах.

3.3. Оценка значимости параметров линейной регрессии и корреляции.

После того как уравнение линейной регрессии найдено, проводится оценка значимости как уравнения в целом, так и отдельных его параметров.

Оценка значимости уравнения регрессии в целом дается с помощью F-критерия Фишера. При этом выдвигается нулевая гипотеза, что коэффициент регрессии равен нулю, т. е. $b = 0$, и, следовательно, фактор x не оказывает влияния на результат y .

Непосредственному расчету F-критерия предшествует анализ дисперсии. Центральное место в нем занимает разложение общей суммы квадратов отклонений переменной y от среднего значения \bar{y} на две части — «объясненную» и «остаточную»:

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (\tilde{y}_x - \bar{y})^2 + \sum (y - \tilde{y}_x)^2$$

Любая сумма квадратов отклонений связана с числом степеней свободы df {degrees of freedom}, т.е. с числом свободы независимого варьирования признака. Число степеней свободы связано с числом единиц совокупности n и с числом определяемых по ней констант.

Существует равенство между числом степеней свободы общей, факторной и остаточной суммами квадратов. Число степеней свободы остаточной суммы квадратов при линейной регрессии составляет **n-2**. Число степеней свободы для общей суммы квадратов определяется числом единиц, и поскольку мы используем среднюю вычисленную по данным выборки, то теряем одну степень свободы, т. е. $df_{общ} = n - 1$. Итак, имеем два равенства:

$$1) \sum (y - \bar{y})^2 = \sum (\tilde{y}_x - \bar{y})^2 + \sum (y - \tilde{y}_x)^2$$

$$2) n - 1 = 1 + (n - 2).$$

Разделив каждую сумму квадратов на соответствующее ей число степеней свободы, получим *средний квадрат отклонений* или *дисперсию на одну степень свободы D*.

$$D_{общ} = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - 1}; D_{факт} = \frac{\sum (\tilde{y}_x - \bar{y})^2}{1}; D_{ост} = \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{n - 2}$$

Определение дисперсии на одну степень свободы приводит дисперсии к сравнимому виду. Сопоставляя факторную и остаточную дисперсии в расчете на одну степень свободы, получим величину F-отношения, т. е. критерий *F*:

$$F = \frac{D_{факт}}{D_{ост}}$$

Если нулевая гипотеза H_0 справедлива, то факторная и остаточная дисперсии не отличаются друг от друга. Если H_0 несправедлива, то факторная дисперсия превышает остаточную в несколько раз. Табличное значение F-критерия — это максимальная величина отношения дисперсий, которая может иметь место при случайном расхождении их для данного уровня вероятности наличия нулевой гипотезы. Вычисленное значение F-отношения признается достоверным (отличным от единицы), если оно больше табличного. В этом

случае нулевая гипотеза об отсутствии связи признаков отклоняется и делается вывод о существенности этой связи. Если же величина F окажется меньше табличной, то вероятность нулевой гипотезы выше заданного уровня (например, 0,05) и она не может быть отклонена без риска сделать неправильный вывод о наличии связи. В этом случае уравнение регрессии считается статистически незначимым:

$$F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}, H_0 \text{ не отклоняется.}$$

Величина F-критерия связана с коэффициентом детерминации r^2 . Тогда значение F-критерия можно выразить следующим образом:

$$F = \frac{r^2}{1-r^2} (n-2)$$

В линейной регрессии обычно оценивается значимость не только уравнения в целом, но и отдельных его параметров. С этой целью по каждому из параметров определяется его стандартная ошибка: m_b и m_a .

Стандартная ошибка коэффициента регрессии параметра m_b рассчитывается по формуле:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2 / (n-2)}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

Отношение коэффициента регрессии к его стандартной ошибке дает t-статистику, которая подчиняется статистике Стьюдента при $(n-2)$ степенях свободы. Эта статистика применяется для проверки статистической значимости коэффициента регрессии и для расчета его доверительных интервалов.

Для оценки значимости коэффициента регрессии его величину сравнивают с его стандартной ошибкой, т. е. определяют фактическое значение t-критерия Стьюдента, которое затем сравнивают с табличным значением при определенном уровне значимости α и числе степеней свободы $(n-2)$.

$$t_b = \frac{b}{m_b}$$

Стандартная ошибка параметра a определяется по формуле:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{n-2}} * \sqrt{\frac{\sum x^2}{n * \sum (x - \bar{x})^2}}$$

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе величины ошибки коэффициента корреляции m_r :

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

Фактическое значение t-критерия Стьюдента определяется:

$$t_r = \frac{r_{yx}}{\sqrt{1-r^2}} * \sqrt{n-2}$$

Таким образом, проверка гипотез о значимости коэффициента регрессии и корреляции равносильна проверке гипотезы о значимости линейного уравнения регрессии.

3.4. Интервальный прогноз на основе линейного уравнения регрессии.

В прогнозных расчетах по уравнению регрессии определяется предсказываемое y_p значение как точечный прогноз y_x при $x_p = x_k$, т. е. путем подстановки в линейное уравнение регрессии соответствующего значения x . Однако точечный прогноз явно нереален, поэтому он дополняется расчетом стандартной ошибки y_x , т. е. $m_{\tilde{y}_x}$ и соответственно мы получаем интервальную оценку прогнозного значения y^* :

$$\tilde{y}_x - m_{\tilde{y}_x} \leq y^* \leq \tilde{y}_x + m_{\tilde{y}_x}$$

$$m_{\tilde{y}} = D_{осм} * \sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

Рассмотренная формула стандартной ошибки предсказываемого среднего значения y при заданном значении x_k характеризует ошибку положения линии регрессии. Величина стандартной ошибки m_{y_x} достигает минимума при $x_k = \bar{x}$

среднему и возрастает по мере того, как «удаляется» от \bar{x} среднего в любом направлении. Иными словами, чем больше разность между x_k и \bar{x} среднего, тем больше ошибка m_{yx} , с которой предсказывается среднее значение y для заданного значения x_k . Можно ожидать наилучшего результата прогноза, если признак-фактор x находится в центре области наблюдения x , и нельзя ожидать хороших результатов прогноза при удалении x_k от \bar{x} среднего. Если же значения x_k оказываются за пределами наблюдаемых значений x , используемых при построении линейной регрессии, то результаты прогноза ухудшаются в зависимости от того, насколько x_k отклоняется от области наблюдаемых значений фактора x .

Для прогнозируемого значения (y теор) 95%-ные доверительные интервалы при заданном x_k определяются выражением:

$$\Delta \tilde{y}_{x_k} \pm t_{\text{табл}} * m_{\tilde{y}_x}$$

Интервал достаточно широк прежде всего за счет малого объема наблюдений.

При прогнозировании на основе уравнения регрессии следует помнить, что величина прогноза зависит не только от стандартной ошибки индивидуального значения y , но и от точности прогноза значения фактора X . Его величина может задаваться на основе анализа других моделей исходя из конкретной ситуации, а также анализа динамики данного фактора.

3.5. Нелинейная регрессия. Корреляция для нелинейной регрессии.

Если между экономическими явлениями существуют нелинейные соотношения, то они выражаются с помощью соответствующих нелинейных функций.

Различают два класса нелинейных регрессий:

- регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам;
- регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам.

Примером нелинейной регрессии по включенным в нее объясняющим переменным могут служить следующие функции:

- полиномы разных степеней: $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + e$
- равносторонняя гипербола $y = a + b/x + e$.

К нелинейным регрессиям по оцениваемым параметрам относятся функции:

- степенная $y = a \cdot x^b \cdot e$;
- показательная $y = a \cdot b^x \cdot e$;
- экспоненциальная $y = e^{a + bx} \cdot E$.

Нелинейная регрессия по включенным переменным не имеет никаких сложностей для оценки ее параметров. Они определяются, как и в линейной регрессии, методом наименьших квадратов (МНК), ибо эти функции линейны по параметрам.

Среди нелинейных функций, которые могут быть приведены к линейному виду, в эконометрических исследованиях очень широко используется степенная функция $y = a \cdot x^b \cdot e$. Это связано с тем, что параметр b в ней имеет четкое экономическое истолкование, т. е. является *коэффициентом эластичности*. Это значит, что величина коэффициента b показывает, на сколько процентов изменится в среднем результат, если фактор изменится на 1 %.

$$\varepsilon = \frac{(b + 2cx)x}{a + bx + cx^2}$$

Уравнение нелинейной регрессии, так же как и в линейной зависимости, дополняется показателем корреляции, а именно индексом корреляции (R)

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

Величина данного показателя находится в границах: $0 \leq R \leq 1$; чем ближе к единице, тем теснее связь рассматриваемых признаков, тем более надежно найденное уравнение регрессии.

Поскольку в расчете индекса корреляции используется соотношение факторной и общей суммы квадратов отклонений, R^2 имеет тот же смысл, что и коэффициент детерминации. В специальных исследованиях величину R^2 для нелинейных связей называют индексом детерминации.

Оценка статистической значимости индекса корреляции проводится так же, как и оценка значимости коэффициента корреляции.

Индекс детерминации R^2 используется для проверки статистической значимости в целом уравнения нелинейной регрессии по F-критерию Фишера.

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} * \frac{n - m - 1}{m}$$

где n — число наблюдений;

m - число параметров при переменных x .

Величина m характеризует число степеней свободы для факторной суммы квадратов, а $(n-m-1)$ — число степеней свободы для остаточной суммы квадратов.

Для степенной функции $y_x = a \cdot x^b$ значение $m = 1$ и формула F-критерия примет тот же вид, что и при линейной зависимости:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} * (n - 2)$$

Для параболы:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} * \frac{n - 3}{2}$$

Индекс детерминации R^2 можно сравнивать с коэффициентом детерминации для обоснования возможности применения линейной функции. Чем больше кривизна линии регрессии, тем величина коэффициента детерминации r^2 меньше индекса детерминации R^2 . Близость этих показателей означает, что нет необходимости усложнять форму уравнения регрессии и можно использовать линейную функцию. Практически если величина $(R^2 - r^2)$

превышает 0,1, то предположение о линейной форме связи считается оправданным. В противном случае проводится оценка существенности различия между R^2 и r^2 , вычисленных по одним и тем же исходным данным, через t-критерий Стьюдента:

$$t = \frac{R^2 - r^2}{m_{|R-r|}}$$

$$m_{|R-r|} = 2 * \sqrt{\frac{(R^2 - r^2) - (R^2 - r^2)^2 * (2 - (R^2 + r^2))}{n}}$$

Если $t_{факт} > t_{табл}$, то различия между рассматриваемыми показателями корреляции существенны и замена нелинейной регрессии уравнением линейной функции невозможна. Практически если величина $t < 2$, то различия между R и r несущественны, и, следовательно, возможно применение линейной регрессии, даже если есть предположения о некоторой нелинейности рассматриваемых соотношений признаков фактора и результата.

3.6. Средняя ошибка аппроксимации.

Фактические значения результативного признака отличаются от теоретических, рассчитанных по уравнению регрессии, т. е. y и y_x . Чем меньше эти отличия, тем ближе теоретические значения к эмпирическим данным, тем лучше качество модели. Величина отклонений фактических и расчетных значений результативного признака $(y - y_x)$ по каждому наблюдению представляет собой ошибку аппроксимации. В отдельных случаях ошибка аппроксимации может оказаться равной нулю. Отклонения $(y - \tilde{y}_x)$ несравнимы между собой, исключая величину, равную нулю. Для сравнения используются величины отклонений, выраженные в процентах к фактическим значениям. Поскольку $(y - y_x)$ может быть величиной как положительной, так и отрицательной, ошибки аппроксимации для каждого наблюдения принято определять в процентах по модулю.

Отклонения $(y - \tilde{y}_x)$ можно рассматривать как абсолютную ошибку аппроксимации, а $\left| \frac{(y - \tilde{y}_x)}{y} \right| * 100$

как относительную ошибку аппроксимации. Для того чтобы иметь общее суждение о качестве модели из относительных отклонений по каждому наблюдению, находят среднюю ошибку аппроксимации как среднюю арифметическую простую:

$$A = \frac{1}{n} * \sum \left| \frac{(y - \tilde{y}_x)}{y} \right| * 100$$

Возможно и другое определение средней ошибки аппроксимации:

$$A = \frac{100}{\bar{y}} * \sqrt{\frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{n}}$$

Контрольные вопросы:

1. Линейная регрессионная модель – это ?
2. Линия регрессии выборочной совокупности в лучшем случае является приближением истинной регрессии генеральной совокупности. Это заявление всегда верно или нет ?
3. В простой линейной регрессии параметр находящийся перед факторной переменной показывает что ... ?
4. Метод наименьших квадратов даёт единственные оценки параметров, которое получается в результате минимизации?
5. Одно из предположений классической модели линейной регрессии состоит в том, что значения объясняющей переменной X должны быть...?
6. В эконометрике стандартная ошибка измеряет?

квадратов отклонений отклонений, объяснённая квадратов отклонений
регрессией

Общая сумма квадратов отклонений индивидуальных значений результативного признака y от среднего значения \bar{Y} вызвана влиянием множества причин. Условно разделим всю совокупность причин на две группы: *изучаемый фактор x* и *прочие факторы*. Если фактор не оказывает влияния на результат, то линия регрессии на графике параллельна оси ox и $y = \bar{y}$. Тогда вся дисперсия результативного признака обусловлена воздействием прочих факторов и общая сумма квадратов отклонений совпадет с остаточной. Если же прочие факторы не влияют на результат, то y связан с x функционально и остаточная сумма квадратов равна нулю. В этом случае сумма квадратов отклонений, объясненная регрессией, совпадает с общей суммой квадратов.

Поскольку не все точки поля корреляции лежат на линии регрессии, то всегда имеет место их разброс как обусловленный влиянием фактора x , т. е. регрессией y по x , так и вызванный действием прочих причин (необъясненная вариация). Пригодность линии регрессии для прогноза зависит от того, какая часть общей вариации признака y приходится на объясненную вариацию. Очевидно, что если сумма квадратов отклонений, обусловленная регрессией, будет больше остаточной суммы квадратов, то уравнение регрессии статистически значимо и фактор x оказывает существенное воздействие на результат y . Это равносильно тому, что коэффициент детерминации r^2 будет приближаться к единице.

Любая сумма квадратов отклонений связана с числом степеней свободы (*df— degrees of freedom*), т. е. с числом свободы независимого варьирования признака. Число степеней свободы связано с числом единиц совокупности и с числом определяемых по ней констант.

Применительно к исследуемой проблеме число степеней свободы должно показать, сколько независимых отклонений из n возможных $[(y_1 - \bar{y}), (y_2 - \bar{y}), (y_n$

— \bar{y})] требуется для образования данной суммы квадратов. Так, для общей суммы квадратов $\sum (y - \bar{y})^2 = 0$ требуется $(n-1)$ независимых отклонений, ибо по совокупности из n и единиц после расчета среднего уровня свободно варьируют лишь $(n - 1)$ число отклонений. Например, имеем ряд значений y . 1, 2, 3, 4, 5. Среднее из них равно 3, и тогда n отклонений от среднего составят: —2; —1; 0; 1; 2. Так как $\sum (y - \bar{y}) = 0$, то свободно варьируют лишь четыре отклонения, а пятое отклонение может быть определено, если предыдущие четыре известны.

При расчете объясненной или факторной суммы квадратов

$\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2$ используются теоретические (расчетные) значения резуль­тативного признака \hat{y}_x , найденные по линии регрессии:

$$\hat{y}_x = a + b * x$$

В линейной регрессии $\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 = b^2 * \sum (x - \bar{x})^2$ В этом нетрудно убедиться, обратившись к формуле линейного коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (4.1.)$$

Из формулы (3.1.) видно, что

$$r_{xy}^2 = b^2 \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \quad (4.2.)$$

Соответственно сумма квадратов отклонений, обусловленных линейной регрессией, составит: $\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 = b^2 \cdot \sum (x - \bar{x})^2$

Поскольку при заданном объеме наблюдений по x и y факторная сумма квадратов при линейной регрессии зависит только от одной константы коэффициента регрессии b , то данная сумма квадратов имеет одну степень свободы. К этому же выводу придем, если рассмотрим содержательную сторону расчетного значения признака y , т. е. \hat{y}_x . Величина \hat{y}_x определяется по уравнению линейной регрессии: $\hat{y}_x = a + b * x$ Параметр a можно определить как $\bar{y} - b * \bar{x}$. Подставив выражение параметра a в линейную модель, получим:

$$\hat{y}_x = \bar{y} - b * \bar{x} + b * x = \bar{y} - b * (x - \bar{x})$$

Отсюда видно, что при заданном наборе переменных y и x расчетное значение \hat{y}_x является в линейной регрессии функцией только одного параметра — коэффициента регрессии. Соответственно и факторная сумма квадратов отклонений имеет число степеней свободы, равное 1.

Существует равенство между числом степеней свободы общей, факторной и остаточной суммами квадратов. Число степеней свободы остаточной суммы квадратов при линейной регрессии составляет $n - 2$. Число степеней свободы для общей суммы квадратов определяется числом единиц, и поскольку мы используем среднюю вычисленную по данным выборки, то теряем одну степень свободы, т. е. $df_{\text{общ}} = n - 1$.

Итак, имеем два равенства:

$$\begin{aligned} \sum (y - \bar{y})^2 &= \sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 + \sum (y - \hat{y}_x)^2 \\ n - 1 &= 1 + (n - 2) \end{aligned} \quad (4.3.)$$

Разделив каждую сумму квадратов на соответствующее ей число степеней свободы, получим средний квадрат отклонений, или, что то же самое, дисперсию на одну степень свободы D .

$$\begin{aligned} D &= \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - 1}; \\ D &= \frac{\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2}{1} \\ D &= \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - 2} \end{aligned}$$

Определение дисперсии на одну степень свободы приводит дисперсии к сравнимому виду. Сопоставляя факторную и остаточную дисперсии в расчете на

одну степень свободы, получим величину F-отношения (F-критерий) $F = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{ост}}}$
(4.4.)

где F —критерий для проверки нулевой гипотезы $H_0 = D_{\text{факт}} = D_{\text{ост}}$

Если нулевая гипотеза справедлива, то факторная и остаточная дисперсии не отличаются друг от друга. Для H_0 необходимо опровержение, чтобы факторная дисперсия превышала остаточную в несколько раз. Английским статистиком Снедекором разработаны таблицы критических значений F-отношений при разных уровнях существенности нулевой гипотезы и различном числе степеней свободы.

4.2. Дисперсионный анализ в оценке надежности результатов регрессии и корреляции. Применение F-критерия Фишера. Средняя ошибка аппроксимации.

Табличное значение F-критерия — это максимальная величина отношения дисперсий, которая может иметь место при случайном их расхождении для данного уровня вероятности наличия нулевой гипотезы.

Вычисленное значение F-отношения признается достоверным (отличным от единицы), если оно больше табличного. В этом случае нулевая гипотеза об отсутствии связи признаков отклоняется и делается вывод о существенности этой связи: $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$ H_0 отклоняется.

Если же величина окажется меньше табличной $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$, то вероятность нулевой гипотезы выше заданного уровня (например, 0,05) и она не может быть отклонена без серьезного риска сделать неправильный вывод о наличии связи. В этом случае уравнение регрессии считается статистически незначимым. H_0 не отклоняется.

В рассматриваемом примере:

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - n \cdot \bar{y}^2 = 99700 - 7 \cdot 110^2 = 15000 \quad \text{общая сумма квадратов}$$

$$\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 = b^2 \sum (x - \bar{x})^2 = 36,84^2 \cdot (80 - 7 \cdot (22 \div 7)^2) = \text{фактическая сумма квадратов}$$

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 = 15000 - 14735 = 265 \quad \text{Остаточная сумма квадратов}$$

$$D_{\text{факт}} = 14735$$

$$D_{\text{ост}} = 265/5 = 53$$

$$F = 14735/53 = 278$$

$$F_{\alpha=0,05} = 6,61; \quad F_{\alpha=0,01} = 16,26$$

Поскольку $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$ как при 1%-ном, так и при 5%-ном уровне значимости, то можно сделать вывод о значимости уравнения регрессии (связь доказана).

Величина F-критерия связана с коэффициентом детерминации r^2 . Факторную сумму квадратов отклонений можно представить как

$$\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 = r^2 \cdot \sigma_y^2 \cdot n$$

а остаточную сумму квадратов — как

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 = (1 - r^2) \cdot \sigma_y^2 \cdot n.$$

Тогда значение F-критерия можно выразить как

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \cdot (n - 2) \quad (3.5.)$$

В нашем примере $r^2 = 0,982$. Тогда $F = \frac{0,982}{1 - 0,982} \cdot (7 - 2) = 273$ (некоторое

несовпадение с предыдущим результатом объясняется ошибками округления).

Оценка значимости уравнения регрессии обычно дается в виде таблицы дисперсионного анализа (табл. 1.1).

Таблица 1.

Дисперсионный анализ результатам регрессии

Источники вариации	Число степеней	Сумма квадратов	Дисперсия на одну	F- отношение	
				фактическое	табличное

	свободы	отклонений	степень свободы		
Общая	6	15000	-	-	-
Объясненная	1	14735	14735	278	6,61
Остаточная	5	265	53	1	-

В линейной регрессии обычно оценивается значимость не только уравнения в целом, но и отдельных его параметров. С этой целью по каждому из параметров определяется его стандартная ошибка: m_b и m_a .

Стандартная ошибка коэффициента регрессии определяется по формуле

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}}.$$

где S^2 – остаточная дисперсия на одну степень свободы.

Величина стандартной ошибки совместно с t-распределением Стьюдента при $n - 2$ степенях свободы применяется для проверки существенности коэффициента регрессии и для расчета его доверительных интервалов.

Для оценки существенности коэффициента регрессии его величина сравнивается с его стандартной ошибкой, т. е. определяется фактическое значение

критерия Стьюдента: $t_b = \frac{b}{m_b}$, которое затем сравнивается с табличным значением при определенном уровне значимости α и числе степеней свободы ($n - 2$).

В рассматриваемом примере фактическое значение t-критерия для коэффициента регрессии составило:

$$t_b = \frac{b}{m_b}$$

Этот же результат получим, извлекая квадратный корень из найденного ранее F-критерия, т.е.

$$t_b = \sqrt{F} = \sqrt{278} = 16,67$$

Стандартная ошибка параметра a определяется по формуле:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n-2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} \quad (4.6.)$$

Процедура оценивания существенности данного параметра не отличается от рассмотренной выше для коэффициента регрессии; вычисляется t -критерий: $t_a = \frac{a}{m_a}$, его величина сравнивается с табличным значением при $df=n-2$ степенях свободы.

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе величины ошибки коэффициента корреляции m_r :

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} \quad (4.7.)$$

Фактическое значение t -критерия Стьюдента определяется как

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2} \quad (4.8.)$$

Данная формула свидетельствует, что в парной линейной регрессии $t_r^2 = F$, ибо, как уже указывалось $F = \frac{r^2}{1-r^2} \cdot (n-2)$. Кроме того, $t_b^2 = F$ Следовательно, $t_r^2 = t_b^2$.

Таким образом, проверка гипотез о значимости коэффициентов регрессии и корреляции равносильна проверке гипотезы о существенности линейного уравнения регрессии.

В рассматриваемом примере t_r не совпало с t_b в результате ошибок округлений. Величина $t_r = 16,73$ значительно превышает табличное значение 2,57 при $\alpha = 0,05$. Следовательно, коэффициент корреляции существенно отличен от нуля и зависимость является достоверной.

Рассмотренная формула оценки коэффициента корреляции рекомендуется к применению при большом числе наблюдений и если r не близко к $+1$ или -1 . Если же величина коэффициента корреляции близка

к + 1, то распределение его оценок отличается от нормального или распределения Стьюдента, так как величина коэффициента корреляции ограничена значениями от —1 до +1. Чтобы обойти это затруднение, Р. Фишером было предложено для оценки существенности r ввести вспомогательную величину Z , связанную с коэффициентом корреляции следующим отношением:

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+r}{1-r} \quad (4.9.)$$

При изменении r от — 1 до +1 величина z изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, что соответствует нормальному распределению. Математический анализ доказывает, что распределение величины z мало отличается от нормального даже при близких к единице значениях коэффициента корреляции. Стандартная ошибка величины z определяется по формуле

$$m_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} \quad (4.10.)$$

Далее выдвигаем нулевую гипотезу H_0 , которая состоит в том, что корреляция отсутствует, т. е. теоретическое значение коэффициента корреляции равно нулю. Коэффициент корреляции значимо отличен от нуля, если $\frac{z}{m_z} = t_z > t_{\alpha=0,05}$. Т. е. если фактическое значение t_z превышает его табличное значение на уровне значимости $\alpha = 0,05$ или $\alpha = 0,01$.

Ввиду того, что r и z связаны между собой приведенным выше соотношением, можно вычислить критические значения z , соответствующие каждому из значений Z . Таблицы критических значений r разработаны для уровней значимости 0,05 и 0,01 и соответствующего числа степеней свободы. Критические значения z предполагают справедливость нулевой гипотезы, т. е. r мало отлично от нуля. Если фактическое значение коэффициента корреляции по абсолютной величине превышает табличное, то данное значение r считается существенным. Если же z оказывается меньше табличного, то фактическое значение r несущественно.

4.3. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии

В прогнозных расчетах по уравнению регрессии определяется предсказываемое (y_p) значение как точечный прогноз \hat{y}_x при $x_p = x_k$, т. е. путем подстановки в уравнение регрессии $\hat{y}_x = a + b \cdot x$ соответствующего значения x . Однако точечный прогноз явно не реален. Поэтому он дополняется расчетом стандартной ошибки \hat{y}_x т. е. $m_{\hat{y}_x}$ и соответственно интервальной оценкой прогнозного значения (y^*)

$$\hat{y}_x - m_{\hat{y}_x} \leq y^* \leq \hat{y}_x + m_{\hat{y}_x}$$

Чтобы понять, как строится формула для определения величин стандартной ошибки \hat{y}_x , обратимся к уравнению линейной регрессии: $\hat{y}_x = a + bx$. Подставим в это уравнение выражение параметра a :

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

тогда уравнение регрессии примет вид:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} + b \cdot \bar{x} = \bar{y} + b \cdot (x - \bar{x})$$

Отсюда вытекает, что стандартная ошибка $m_{\hat{y}_x}$ зависит от ошибки \bar{y} и ошибки коэффициента регрессии b , т.е.:

$$m_{\hat{y}_x}^2 = m_y^2 + m_b^2 (x - \bar{x})^2 \quad (4.11.)$$

Из теории выборки известно, что $m_{\hat{y}_x}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ Используя в качестве оценки σ^2 остаточную дисперсию на одну степень свободы S^2 , получим формулу расчета ошибки среднего значения переменной y :

$$m_{\hat{y}_x}^2 = \frac{S^2}{n} \quad (4.12)$$

Ошибка коэффициента регрессии, как уже было показано, определяется формулой:

$$m_{\hat{y}}^2 = \frac{S^2}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

Считая, что прогнозное значение фактора $x_p = x_k$, получим следующую формулу расчета стандартной ошибки предсказываемого по линии регрессии значения, т. е.

$$m_{\hat{y}_x}^2 = \frac{S^2}{n} + \frac{S^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \cdot (x_k - \bar{x})^2 = S^2 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right) \quad (4.13.)$$

Соответственно $m_{\hat{y}_x}$ имеет выражение:

$$m_{\hat{y}_x} = S \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} \quad (4.14.)$$

Рассмотренная формула стандартной ошибки предсказываемого среднего значения y при заданном значении x_k характеризует ошибку положения линии регрессии. Величина стандартной ошибки $m_{\hat{y}_x}$, как видно из формулы, достигает минимума при $x_k = \bar{x}$, и возрастает по мере того, как «удаляется» от \bar{x} в любом направлении. Иными словами, чем больше разность между x_k и \bar{x} , тем больше ошибка $m_{\hat{y}_x}$ с которой предсказывается среднее значение y для заданного значения x_k . Можно ожидать наилучшие результаты прогноза, если признак-фактор x находится в центре области наблюдений x и нельзя ожидать хороших результатов прогноза при удалении x_k от \bar{x} . Если же значение x_k оказывается за пределами наблюдаемых значений x , используемых при построении линейной регрессии, то результаты прогноза ухудшаются в зависимости от того, насколько x_k отклоняется от области наблюдаемых значений фактора x .

Для нашего примера $m_{\hat{y}_x}$ составит :

$$m_{\hat{y}_x} = \sqrt{53 \left(\frac{1}{7} + \frac{(x_k - 3,143)^2}{10,857} \right)}$$

При $x_k = \bar{x}$

$$m_{\hat{y}_x} = \sqrt{57:7} = 2,75$$

При $x_k = 4$

$$m_{\hat{y}_x} = \sqrt{53\left(\frac{1}{7} + \frac{(4-3,143)^2}{10,857}\right)} = 3,34$$

Соответственно $m_{\hat{y}_x}$ составит эту же величину и при $x_k = 2,286$. Для прогнозируемого значения \hat{y}_x 95%-ные доверительные интервалы при заданном x_k определяются выражением

$$\hat{y}_{x_k \pm t_{\alpha} * m_{\hat{y}_x}}$$

Т.е. $\hat{y}_{xk} \pm 2,57 * 3,34$ или $\hat{y}_{xk} \pm 8,58$

При $x_k = 4$, прогнозное значение y составит:

$$y_p = 5,79 + 36,84 * 4 = 141,57$$

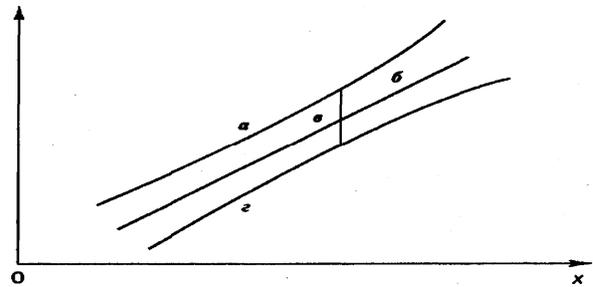
Которое представляет собой точечный прогноз.

Прогноз линии регрессии в интервале составит :

$$132,99 \leq \hat{y}_{xk} \leq 150,15$$

На графике доверительные границы для y_x представляют собой гиперболы, расположенные по обе стороны от линии регрессии (рис.2.1.).

Рис. 2.1. показывает, как изменяются пределы в зависимости от изменения x_k : две гиперболы по обе стороны от линии регрессии определяют 95 %-ные доверительные интервалы для среднего значения y при заданном значении x .



Однако фактические значения y варьируют около среднего значения \hat{y}_x . Индивидуальные значения y могут отклоняться от \hat{y}_x на величину случайной ошибки ϵ , дисперсия которой оценивается как остаточная дисперсия на одну степень свободы S^2 . Поэтому ошибка предсказываемого индивидуального значения y должна включать не только стандартную ошибку $m_{\hat{y}_x}$ но и случайную ошибку S .

Рис. 2.4. Доверительный интервал линии регрессии: a — верхняя доверительная граница; b - линия регрессии; $в$ - доверительный интервал для \hat{y}_x при x_k ; $г$ — нижняя

доверительная граница

Средняя ошибка прогнозируемого индивидуального значения y $m_{yi(x_k)}$ составит :

$$m_{yi(x_k)} = S * \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}} \quad (4.15.)$$

По данным рассматриваемого примера получим:

$$m_{yi(x_k)} = 53 * \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(4-3,143)^2}{10,857}} = 8,01$$

Доверительные интервалы прогноза индивидуальных значений;; при x_k — 4 с вероятностью 0,95 составят: $141,57 \pm 2,57 \cdot 8,01$, или $141,57 \pm 20,59$, это означает, что $120,98 \leq y_p \leq 162,16$.

Интервал достаточно широк прежде всего за счет малого объема наблюдений.

При прогнозировании на основе уравнения регрессии следует помнить, что величина прогноза зависит не только от стандартной ошибки индивидуального значения y , но и от точности прогноза значения фактора x . Его величина может задаваться на основе анализа других моделей исходя из конкретной ситуации, а также из анализа динамики данного фактора.

Рассмотренная формула средней ошибки индивидуального значения признака $y(m_{yi(x_k)})$ может быть использована также для оценки существенности различия предсказываемого значения исходя из регрессионной модели и выдвинутой гипотезы развития событий.

Предположим, что в нашем примере с функцией издержек выдвигается предположение, что в предстоящем году в связи со стабилизацией экономики при выпуске продукции в 8 тыс. ед. затраты на производство не превысят 250 млн сум. Означает ли это действительно изменение найденной закономерности или же данная величина затрат соответствует регрессионной модели?

Чтобы ответить на этот вопрос, найдем точечный прогноз при $x=8$, т.е.

$$y_x = 8 = -5,79 + 36,84 * 8 = 288,93$$

Предполагаемое же значение затрат, исходя из экономической ситуации, - 250,0.

Для оценки существенности различия этих величин определим среднюю ошибку прогнозируемого индивидуального значения :

$$m_{yi(xk)} = S * \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum(x-\bar{x})^2}} = m_{yi(xk)} = 53 * \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(8-3,143)^2}{10,857}} = 13,26$$

Сравним ее с величиной предполагаемого снижения издержек производства, т. е. 38,93:

$$t = \frac{-38,93}{13,26} = -2,93$$

Поскольку оценивается значимость только уменьшения затрат, то используется односторонний t-критерий Стьюдента. При ошибке в 5 % с пятью степенями свободы $t_{табл.} = 2,015$. Следовательно, предполагаемое уменьшение затрат значимо отличается от прогнозируемого по модели при 95 %-ном уровне доверия. Однако если увеличить вероятность до 99 %, при ошибке в 1 % фактическое значение t-критерия оказывается ниже табличного 3,365, и рассматриваемое различие в величине затрат статистически не значимо.

Контрольные вопросы:

1. Какой тест применяется при использовании двушагового метода наименьших квадратов для проверки значимости каждого параметра ?
2. Какой тест применяется при использовании двушагового метода наименьших квадратов для проверки значимости двух и более параметров?
3. Теснота статистической связи между переменной и объясняющими переменными измеряется ...?
4. Что такое оценка существенности параметров линейной регрессии?
5. Что такое сопоставления и оценка коэффициентов корреляции?
6. Расскажите этапы построения эконометрической модели?

5-ТЕМА

МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПЛАН:

- 5.1. Понятие множественной регрессии и классическая линейная модель множественной регрессии. Спецификация модели**
- 5.2. Оценка параметров уравнения множественной регрессии методом наименьших квадратов**
- 5.3. Множественная и частная корреляция**
- 5.4. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции**
- 5.5. Регрессионные модели с переменной структурой (фиктивные переменные)**
- 5.6. Проверка модели на наличие гетероскедастичности (метод Гольдфельда-Квандта)**

Ключевые слова и понятия: Множественная регрессия, Оценка параметров, Множественная и частная корреляция, Коэффициенты интеркорреляции, Мультиколлинеарность, Метод исключения, Метод включения, Шаговый регрессионный анализ.

5.1. Понятие множественной регрессии и классическая линейная модель множественной регрессии. Спецификация модели

Парная регрессия может дать хороший результат при моделировании, если влиянием других факторов, воздействующих на объект исследования, можно пренебречь. Например, при построении модели потребления того или иного товара от дохода исследователь предполагает, что в каждой группе дохода одинаково влияние на потребление таких факторов, как цена товара, размер семьи и ее состав. Вместе с тем исследователь никогда не может быть уверен в справедливости данного предположения. Для того чтобы иметь правильное представление о влиянии дохода на потребление, необходимо изучить их корреляцию при неизменном уровне других факторов. Решение такой задачи предполагает отбор единиц совокупности с одинаковыми значениями всех других факторов, кроме дохода.

Этот путь приводит к планированию эксперимента — методу, который используется в химических, физических, биологических исследованиях. Экономист в отличие от экспериментатора-естественника лишен возможности регулировать другие факторы. Поведение отдельных экономических переменных контролировать нельзя, т.е. не удастся обеспечить равенство всех прочих условий для оценки влияния одного исследуемого фактора. В этом случае следует попытаться выявить влияние других факторов, введя их в модель, т.е. построить уравнение множественной регрессии

$$y = a + b_x * x_x + b_2 * x_2 + \dots + b_p * x_p + e.$$

Такого рода уравнение может применяться при изучении потребления. Тогда коэффициенты b_j — частные производные потребления по соответствующим факторам x_j .

$$b_1 = \frac{dy}{dx_1}, b_2 = \frac{dy}{dx_2}, b_p = \frac{dy}{dx_p}$$

Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и целого ряда других вопросов эконометрики.

Основная цель множественной регрессии — построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное воздействие их на моделируемый показатель.

5.2. Оценка параметров уравнения множественной регрессии методом наименьших квадратов

Построение уравнения множественной регрессии начинается с выбора спецификации модели. Она включает в себя два вопроса: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии.

Включение в уравнение множественной регрессии того или иного набора факторов связано прежде всего с представлением исследователя о природе взаимосвязи моделируемого показателя с другими экономическими явлениями. Факторы, включаемые во множественную регрессию, должны отвечать следующим требованиям:

1) быть количественно измеримы. Если необходимо включить в модель качественный фактор, не имеющий количественного измерения, то нужно придать ему количественную определенность (например, в модели урожайности качество почвы задается в виде баллов; в модели стоимости объектов недвижимости учитывается место нахождения недвижимости: районы могут быть проранжированы;

2) не должны быть коррелированы между собой и тем более находиться в точной функциональной связи.

Включение в модель факторов с высокой интеркорреляцией, когда $r_{yч1} < r_{x1x2}$, для зависимости

$$y = a + b_x * x_j + b_2 * x_2 + e,$$

может привести к нежелательным последствиям — система нормальных уравнений может оказаться плохо обусловленной и повлечь за собой неустойчивость и ненадежность оценок коэффициентов регрессии.

Если между факторами существует высокая корреляция, то нельзя определить их изолированное влияние на результирующий показатель, и параметры уравнения регрессии оказываются *неинтерпретируемыми*. Так, в уравнении $y = a + B_x * x_x + B_2 * x_2 + e$ предполагается, что факторы x_x и x_2 независимы друг от друга, т.е. $r_{x1x2} = 0$. Тогда можно говорить, что параметр

b_x измеряет силу влияния фактора x_1 на результат y при неизменном значении фактора x_2 . Если же $r_{x_1x_2} = 1$, то с изменением фактора x_1 , фактор x_2 не может оставаться неизменным. Отсюда b_{x_1} и b_{x_2} нельзя интерпретировать как показатели раздельного влияния x_1 и x_2 на y .

Включаемые во множественную регрессию факторы должны объяснить вариацию зависимой переменной. Если строится модель с набором p факторов, то для нее рассчитывается показатель детерминации R^2 , который фиксирует долю объясненной вариации результативного признака за счет рассматриваемых в регрессии p факторов. Влияние других не учтенных в модели факторов оценивается как $(1-R^2)$ с соответствующей остаточной дисперсией S^2 .

При дополнительном включении в регрессию $(p+1)$ фактор коэффициент детерминации должен возрастать, а остаточная дисперсия уменьшаться.

Если этого не происходит и данные показатели практически не отличаются друг от друга, то включаемый в анализ фактор x_p , не улучшает модель и является лишним. Насыщение модели лишними факторами не только не снижает величину остаточной дисперсии и не увеличивает показатель детерминации, но и приводит к статистической незначимости параметров регрессии по t -критерию Стьюдента.

Несмотря на то, что теоретически регрессионная модель позволяет учесть любое число факторов, практически в этом нет необходимости. Отбор факторов проводится на основе качественного теоретико-экономического анализа. Однако теоретический анализ часто не позволяет однозначно ответить на вопрос о количественной взаимосвязи рассматриваемых признаков и целесообразности включения фактора в модель. Поэтому отбор факторов обычно проводится в две стадии: на первой отбираются факторы исходя из сути проблемы; на второй — на основе матрицы показателей корреляции и определения t -статистики для параметров регрессии.

5.3. Множественная и частная корреляция

Коэффициенты интеркорреляции (т.е. корреляции междуобъясняющими переменными) позволяют исключать из модели дублирующие факторы. Считается, что две переменных явно *коллинеарны*, т. е. находятся между собой в линейной зависимости, если $r_{xij} \geq 0.7$

Поскольку одним из условий построения уравнения множественной регрессии является независимость действия факторов, т.е. $R_{xij} = 0$, коллинеарность факторов нарушает это условие. Если факторы явно коллинеарны, то они дублируют друг друга и один из них рекомендуется исключить из регрессии. Предпочтение при этом отдается не фактору, более тесно связанному с результатом, а тому фактору, который при достаточно тесной связи с результатом имеет наименьшую тесноту связи с другими факторами. В этом требовании проявляется специфика множественной регрессии как метода исследования комплексного воздействия факторов в условиях их независимости друг от друга.

Включение в модель мультиколлинеарных факторов нежелательно по следующим причинам:

- затрудняется интерпретация параметров множественной регрессии как характеристик действия факторов в «чистом» виде, ибо факторы коррелированы; параметры линейной регрессии теряют экономический смысл;
- оценки параметров ненадежны, обнаруживают большие стандартные ошибки и меняются с изменением объема наблюдений (не только по величине, но и по знаку), что делает модель непригодной для анализа и прогнозирования.

Для оценки мультиколлинеарности факторов может использоваться определитель матрицы парных коэффициентов корреляции между факторами.

Если бы факторы не коррелировали между собой, то матрица парных коэффициентов корреляции между ними была бы единичной, поскольку все недиагональные элементы *были бы* равны нулю.

Если же между факторами существует полная линейная зависимость и все коэффициенты корреляции равны единице, то определитель такой матрицы равен нулю.

Чем ближе к нулю определитель матрицы межфакторной корреляции, тем сильнее мультиколлинеарность факторов и надежнее результаты множественной регрессии. И, наоборот, чем ближе к единице определитель матрицы межфакторной корреляции, тем меньше мультиколлинеарность факторов.

Отбор факторов, включаемых в регрессию, является одним из важнейших этапов практического использования методов регрессии.

5.4. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции

Наиболее широкое применение получили следующие методы построения уравнения множественной регрессии:

- метод исключения;
- метод включения
- шаговый регрессионный анализ.

При отборе факторов рекомендуется пользоваться следующим правилом: число включаемых факторов обычно в 6—7 раз меньше объема совокупности, по которой строится регрессия. Если это соотношение нарушено, то число степеней свободы остаточной вариации очень мало. Это приводит к тому, что параметры уравнения регрессии оказываются статистически незначимыми, а F-критерий меньше табличного значения.

Как и в парной зависимости, используются разные виды уравнений множественной регрессии: линейные и нелинейные

Ввиду четкой интерпретации параметров наиболее широко используются линейная и степенная функции. В линейной множественной регрессии $y_x = a + b_x * x_x + b_2 * x_2 + \dots + b_p * x_p$ параметры при x называются *коэффициентами «чистой» регрессии*. Они характеризуют среднее изменение результата с

изменением соответствующего фактора на единицу при неизменном значении других факторов, закрепленных на среднем уровне. (функция потребления)

Свободный член уравнения множественной линейной регрессии ее (параметр a) вбирает в себя информацию о прочих не учитываемых в модели факторах. Его величина экономической интерпретации не имеет. Формально его значение предполагает то значение y , когда все $x = 0$, что практически не бывает.

В степенной функции

$$\tilde{y}_x = a * x_1^{b_1} * x_2^{b_2} \dots * x_p^{b_p}$$

коэффициенты b_j являются коэффициентами эластичности. Они показывают, на сколько процентов в среднем изменяется результат с изменением соответствующего фактора на 1 % при неизменности действия других факторов. Этот вид уравнения регрессии получил наибольшее распространение в производственных функциях, в исследованиях спроса и потребления.

Стандартные компьютерные программы обработки регрессионного анализа позволяют перебирать различные функции и выбрать ту из них, для которой остаточная дисперсия и ошибка аппроксимации минимальны, а коэффициент детерминации максимален. Однако чем сложнее функция, тем менее интерпретируемы ее параметры.

Параметры уравнения множественной регрессии оцениваются как и в парной регрессии, методом наименьших квадратов. При его применении строится система нормальных уравнений, решение которой и позволяет получить оценки параметров регрессии. Ее решение может быть осуществлено методом определителей. Возможен и иной подход к определению параметров

множественной регрессии, когда на основе матрицы парных коэффициентов корреляции строится уравнение регрессии в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1 * t_{x1} + \beta_2 * t_{x2} + \dots + \beta_p * t_{xp} + \varepsilon$$

где $t_y, t_{x1}, \dots, t_{xp}$ - стандартизированные переменные

$$t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}, t_{xi} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{xi}}$$

для которых среднее значение равно нулю: $t_y = t_{xi} = 0$, среднее квадратическое отклонение равно единице (сигмы), β -стандартизированные коэффициенты регрессии

Применив МНК к уравнению множественной регрессии стандартизованном масштабе, после соответствующих преобразований получим систему нормальных уравнений вида

$$\begin{aligned} r_{yx1} &= \beta_1 + \beta_2 * r_{x2x1} + \beta_3 * r_{x3x1} + \dots + \beta_p * r_{xpx1} \\ r_{yx2} &= \beta_1 * r_{x2x1} + \beta_2 + \beta_3 * r_{x3x2} + \dots + \beta_p * r_{xpx2} \\ r_{yxp} &= \beta_1 * r_{xpx1} + \beta_2 * r_{xpx2} + \beta_3 * r_{xpx3} + \dots + \beta_p \end{aligned}$$

Решая ее методом определителей, найдем параметры — стандартизированные коэффициенты регрессии. Стандартизированные коэффициенты регрессии показывают на сколько сигм изменится в среднем результат, если соответствующий фактор X_j изменится на одну сигму при неизменном среднем уровне других факторов. В силу того, что все переменные заданы как центрированные и нормированные, стандартизированные коэффициенты регрессии сравнимы между собой. Сравнивая их друг с другом, можно ранжировать факторы по силе их воздействия на результат. В этом основное достоинство стандартизованных коэффициентов регрессии в отличие от коэффициентов «чистой» регрессии, которые несравнимы между собой.

В парной зависимости стандартизованный коэффициент регрессии есть не что иное, как линейный коэффициент корреляции. Подобно тому, как в парной зависимости коэффициенты регрессии и корреляции связаны между собой, так

и во множественной регрессии коэффициенты «чистой» регрессии b_i связаны со стандартизованными коэффициентами регрессии B_i , а именно

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}$$

Это позволяет от уравнения регрессии в стандартизованном масштабе переходить к уравнению регрессии в натуральном масштабе переменных. Параметр a определяется как

$$a = \bar{y} - b_1 * \bar{x}_1 - b_2 * \bar{x}_2 - \dots - b_p * \bar{x}_p$$

Содержание стандартизованных коэффициентов регрессии позволяет использовать их при отсеивании факторов — из модели исключаются факторы с наименьшим значением B_i .

3. Ранжирование факторов, участвующих в множественной линейной регрессии, может быть проведено через стандартизованные коэффициенты регрессии. Эту же цель можно достичь с помощью частных коэффициентов корреляции для линейных связей. При нелинейной взаимосвязи исследуемых признаков эту функцию выполняют частные индексы детерминации. Кроме того, частные показатели корреляции широко используются при отборе факторов: целесообразность включения того или иного фактора в модель доказывается величиной показателя частной корреляции.

5.5. Регрессионные модели с переменной структурой (фиктивные переменные)

Частные коэффициенты (или индексы) корреляции характеризуют тесноту связи между результатом и соответствующим фактором при устранении влияния других факторов, включенных в

Показатели частной корреляции представляют собой отношение сокращения остаточной дисперсии за счет дополнительного включения в

анализ нового фактора к остаточной дисперсии, имевшей место до введения его в модель.

Если выразить остаточную дисперсию через показатель детерминации $S_{ост}^2 = \sigma_y^2(1-r^2)$, то формула коэффициента частной корреляции примет вид:

$$r_{yx2 \cdot x1} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx1x2}^2}{1 - r_{yx1}^2}}$$

Данные показатели частной корреляции принято называть коэффициентами (индексами) частной корреляции первого порядка, ибо они фиксируют тесноту связи двух переменных и закреплении (элиминировании влияния) одного фактора. Если рассматривается регрессия с числом факторов p , то возможны частные коэффициенты корреляции не только первого, но и второго, третьего, ..., $(p - 1)$ порядка, т. е. влияние фактора $x1$ можно оценить при разных условиях независимости действия других факторов:

$r_{yx1 \cdot x2}$ - при постоянном действии фактора x_2 ;

$r_{yx1 \cdot x2x3}$ - при постоянном действии факторов x_2 и x_3 ;

$r_{yx1 \cdot x2 \dots xp}$ - при неизменном действии всех факторов, включенных в уравнение регрессии.

Сопоставление коэффициентов частной корреляции разных порядков по мере увеличения числа включаемых факторов показывает процесс «очищения» связи результативного признака с исследуемым фактором.

Порядок частного коэффициента корреляции определяется количеством факторов, влияние которых исключается. Например, $r_{yx1 \cdot x2}$ — коэффициент частной корреляции *первого порядка*. Соответственно коэффициенты парной корреляции называются коэффициентами *нулевого порядка*. Коэффициенты частной корреляции *более высоких порядков*

$$r_{yx1 \cdot x2 \dots xp} = \frac{r_{yx1x2 \dots xp-1} - r_{yx1x2 \dots xp-1} * r_{xixp \cdot x2 \dots xp-1}}{\sqrt{(1 - r_{yx1x2 \dots xp-1}^2) * (1 - r_{xixp \cdot x2 \dots xp-1}^2)}}$$

можно найти через коэффициентной корреляции более низких порядков по рекуррентной формуле:

При двух факторах и $i = 1$ данная формула примет вид:

$$r_{yx1 \bullet x2} = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} * r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx2}^2) * (1 - r_{x1x2}^2)}}$$

Соответственно при $i = 2$ и двух факторах частный коэффициент корреляции y с фактором x_2 можно определить по формуле

$$r_{yx2 \bullet x1} = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} * r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2) * (1 - r_{x1x2}^2)}}$$

Для уравнения регрессии с тремя факторами частные коэффициенты корреляции *второго порядка* определяются на основе частных коэффициентов корреляции первого порядка. Так, можно исчислить три частных коэффициента корреляции второго порядка:

$$r_{yx1 \bullet x2x3}; r_{yx2 \bullet x1x3}; r_{yx3 \bullet x1x2}$$

каждый из которых определяется по рекуррентной формуле. Например, при $i=1$ имеем формулу для расчета:

$$r_{yx1 \bullet x2x3} = \frac{r_{yx1 \bullet x2} - r_{yx3 \bullet x2} * r_{x1x3 \bullet x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx3 \bullet x2}^2)(1 - r_{x1x3 \bullet x2}^2)}}$$

Рассчитанные по рекуррентной формуле частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от -1 до $+1$, а по формулам через множественные коэффициенты детерминации от 0 до 1 . Сравнение их друг с

другом позволяет ранжировать факторы по тесноте их связи с результатом. Частные коэффициент корреляции, подтверждаюь ранжировку факторов по их воздействию на результат, на основе стандартизованных коэффициентов регрессии (В-коэффициентов) в отличие от последних дают конкретную меру тесноты связи каждого фактора с результатом в чистом виде.

В эконометрике частные коэффициенты корреляции обычно не имеют самостоятельного значения. В основном их используют на стадии формирования модели, в частности в процедуре отсева факторов. Так, при построении многофакторной модели, например методом исключения переменных на первом шаге определяется уравнение регрессии с полным набором факторов и рассчитывается матрица частных коэффициентов корреляции. На втором шаге отбирается фактор с наименьшей и несущественной по *t*-критерию Стьюдента величиной показателя частной корреляции. Исключив его из модели, строят новое уравнение регрессии. Процедура продолжается до тех пор, пока не окажется, что все частные коэффициенты корреляции существенно отличаются от нуля. Если исключен несущественный фактор, то множественные коэффициенты детерминации на двух смежных шагах построения регрессионной модели почти не отличаются друг от друга.

4. Значимость уравнения множественной регрессии в целом, так же как и в парной регрессии, оценивается с помощью *F*-критерия Фишера:

$$F = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{ост}}} = \frac{R^2}{1 - R^2} * \frac{n - m - 1}{m}$$

$D_{\text{факт}}$ - факторная сумма квадратов на одну степень свободы;

R^2 — коэффициент (индекс) множественной детерминации;

n — число наблюдений;

m — число параметров при переменных x (в линейной регрессии совпадает с числом включенных в модель факторов);

Dост, - остаточная сумма квадратов на одну степень свободы.

Оценивается значимость не только уравнения в целом, но и фактора, дополнительно включенного в регрессионную модель. Необходимость такой оценки связана с тем, что не каждый фактор, вошедший в модель, может существенно увеличивать долю объясненной вариации резульативного признака. Кроме того при наличии в модели нескольких факторов они могут вводиться в модель в разной последовательности. Ввиду корреляции между факторами значимость одного и того же фактора может быть разной в зависимости от последовательности введения его в модель. Мерой для оценки включения фактора в модель служит частный F-критерий, т. е. F_{xi}

Частный F-критерий построен на сравнении прироста факторной дисперсии, обусловленного влиянием дополнительно включенного фактора, с остаточной дисперсией на одну степень свободы по регрессионной модели в целом.

С помощью частного F-критерия можно проверить значимость всех коэффициентов регрессии в предположении, что каждый соответствующий фактор x_i - был введен в уравнение множественной регрессии последним.

Частный F-критерий оценивает значимость коэффициентов чистой регрессии. Зная величину F_{xi} , можно определить и t-критерий для коэффициента регрессии при i -м факторе, t_{bi} , а именно $t_{bi} = \sqrt{F_{xi}}$.

Оценка значимости коэффициентов чистой регрессии по t-критерию Стьюдента может быть проведена и без расчета частных F-критериев. В этом случае, как и в парной регрессии, для каждого фактора используется формула

$$t_{bi} = \frac{b_i}{m_{bi}}$$

где b_i , - коэффициент чистой регрессии при факторе x_i

m_{bi} - средняя квадратическая ошибка коэффициента регрессии b_i .

Для уравнения множественной регрессии $\tilde{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p$ средняя квадратическая ошибка коэффициента регрессии может быть определена по следующей формуле:

$$m_{bi} = \frac{\sigma_y \sqrt{1 - R_{yx_1 \dots x_p}^2}}{\sigma_{x_1} \sqrt{1 - R_{x_1 \dots x_p}^2}} * \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}}$$

Где σ_y — среднее квадратическое отклонение для признака y ;

$R_{yx_1 \dots x_p}^2$ — коэффициент детерминации для уравнения множественной регрессии;

σ_{x_1} - среднее квадратическое отклонение для признака x_i ;

$R_{x_1 \dots x_p}^2$ - коэффициент детерминации для зависимости фактора x_i со всеми другими факторами уравнения множественной регрессии;

$n - m - 1$ — число степеней свободы для остаточной суммы квадратов отклонений.

Если величина частного F-критерия выше табличного значения, то это означает одновременно не только значимость рассматриваемого коэффициента регрессии, но и значимость частного коэффициента корреляции.

Проверка надежности парных линейных коэффициентов корреляции при помощи t-критерия Стьюдента производится по формуле: $t_{yx_1} = \frac{r_{yx_1}}{m_r}$

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r_{yx_1}^2}{n - 2 - 1}}$$

Проверка надежности частных коэффициентов корреляции проводится по формулам:

$$t_{yx_1 \bullet x_2} = \frac{r_{yx_1 \bullet x_2}}{m_r}$$

$$\text{где } m_r = \sqrt{\frac{1 - r_{yx_1 \bullet x_2}^2}{n - m - 1}}$$

5. В большинстве случаев в модель регрессии включаются количественные факторные переменные. Однако при проведении некоторых исследований может возникнуть необходимость во включении в модель регрессии качественных факторных переменных. Это могут быть разного рода атрибутивные признаки, такие, например, как профессия, пол, образование, возраст, климатические условия, принадлежность к определенному региону. Для того, чтобы ввести такие переменные в регрессионную модель, им должны быть присвоены те или иные *цифровые метки*, т. е. качественные переменные необходимо преобразовать в количественные. Такого вида сконструированные переменные в эконометрике принято называть *фиктивными переменными*.

Качественные признаки могут приводить к неоднородности исследуемой совокупности, что может быть учтено при моделировании двумя путями:

- регрессия строится для каждой качественно отличной группы единиц совокупности, т.е. для каждой группы в отдельности, чтобы преодолеть неоднородность единиц общей совокупности;
- общая регрессионная модель строится для совокупности в целом, учитывающей неоднородность данных. В этом случае в регрессионную модель вводятся фиктивные переменные, т.е. строится регрессионная модель с переменной структурой, отражающей неоднородность данных.

Фиктивная переменная – это атрибутивная, или качественная, факторная переменная, которая представлена с помощью определенного цифрового кода.

Модель регрессии, включающая в себя в качестве факторной переменной фиктивную переменную, называется моделью регрессии с переменной структурой.

В качестве примера модели регрессии с переменной структурой можно привести модель регрессии размера заработной платы от стажа работников с различным образованием (среднее, среднее специальное и высшее).

Для включения факторной переменной в модель регрессии используются только две фиктивные переменные, потому что количество фиктивных переменных в модели регрессии должно быть на единицу меньше чем значений качественной переменной.

Общий вид модели с фиктивной переменной:

$$Y = a + bx + cz^2 + e$$

Система уравнений для нахождения параметров линейной модели с фиктивной переменной составляется при помощи метода наименьших квадратов.

$$\begin{cases} \sum y = na + b \sum x + c \sum z, \\ \sum yx = a \sum x + b \sum x^2 + c \sum zx, \\ \sum yz = a \sum z + b \sum xz + c \sum z^2. \end{cases}$$

Решив систему, получаем уравнение регрессии. Далее проверяется значимость найденного уравнения и делается вывод о том, улучшился ли результат модели с введением в нее фиктивной переменной (R^2).

6. Гетероскедастичность - это предположение о неоднородности дисперсий случайных ошибок модели регрессии.

Случайная ошибка модели регрессии - это величина отклонения в модели линейной множественной регрессии:

$$\varepsilon = y - \tilde{y}$$

где ε - остатки модели регрессии.

Одно из условий нормальной линейной модели множественной регрессии заключается в том, что дисперсия случайной ошибки модели регрессии является постоянной для всех наблюдений. Данное условие называется **гомоскедастичностью** дисперсий случайных ошибок модели регрессии.

5.6. Проверка модели на наличие гетероскедастичности (метод Гольдфельда-Кванда)

Гомоскедастичность - это предположение о постоянстве дисперсии случайной ошибки e для всех i наблюдений модели регрессии.

Но на практике условие гомоскедастичности случайной ошибки, или остатков модели регрессии, не всегда выполняется.

Последствия гетероскедастичности остатков модели регрессии:

1) оценки нормальной линейной модели регрессии остаются несмещенными и состоятельными, но теряется эффективность;

2) появляется вероятность неверного вычисления оценок стандартных ошибок коэффициентов модели регрессии, что может привести к утверждению неверной гипотезы о значимости коэффициентов регрессии и значимости модели регрессии в целом. Обнаружить гетероскедастичность остатков модели регрессии можно путем проверки гипотез.

При малом объеме выборки, что наиболее характерно для эконометрических исследований, для оценки гетероскедастичности может использоваться метод Гольдфельда-Квандта. Для того, чтобы оценить нарушение гомоскедастичности, необходимо провести *параметрический тест*, который включает в себя несколько этапов:

1 этап.

Упорядочение n наблюдений по мере возрастания переменной x .

2 этап.

Исключение из рассмотрения C центральных наблюдений; при этом $(n-C):2 > p$, где p – число оцениваемых параметров. Из экспериментальных расчетов, для случая одного фактора рекомендовано при $n=30$ принимать $C=8$.

3 этап.

Разделение совокупности из $(n-C)$ наблюдений на две группы (соответственно с малыми и большими значениями фактора x) и определение по каждой из групп уравнений регрессии.

4 этап.

Определение остаточной суммы квадратов для первой (S_1) и второй (S_2) групп и нахождение их отношения: $R=S_1:S_2$, где $S_1 > S_2$.

При выполнении нулевой гипотезы о гомоскедастичности отношение R будет удовлетворять F -критерию с $(n-C-2p):2$ степенями свободы для каждой остаточной суммы квадратов.

Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{теор}}$, то основная гипотеза отклоняется, и в основной модели регрессии присутствует гетероскедастичность, зависящая от факторной переменной x .

Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$, то основная гипотеза принимается, и гетероскедастичность в основной модели регрессии не зависит от факторной переменной x .

Чем больше величина R превышает табличное значение F -критерия, тем более нарушена предпосылка о равенстве дисперсий.

Контрольные вопросы:

1. Многомерное и частные коэффициенты корреляции ...?
2. Что такое оценка и анализ уравнений многомерных регрессии?
3. Множественная регрессия-это...?
4. Название «эконометрика» было введено таким ученым как...?
5. Что такое эластичность между обратными функциями?
6. Оценка достоверности многомерной регрессии и корреляции...?

6-ТЕМА

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ВИДЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

ПЛАН:

6.1. Общие понятия о системе уравнений применяемых в эконометрике

6.2. Структурная форма моделей

6.3. Оценка параметров структуры моделей

Ключевые слова и понятия: Система уравнений, Система независимых уравнений, Системы рекурсивных уравнений, Метод наименьших квадратов, Системы совместных, одновременных уравнений, Структурная форма модели, Оценка параметров структуры моделей.

6.1. Общие понятия о системе уравнений применяемых в эконометрике.

Объектом статистического изучения в социальных науках являются сложные системы. Измерение тесноты связей между переменными, построение изолированных уравнений регрессии недостаточно для описания таких систем и объяснения механизма их функционирования. При использовании отдельных уравнений регрессии, например для экономических расчетов, в большинстве случаев предполагается, что аргументы (факторы) можно изменять независимо друг от друга. Однако это предположение является очень грубым: практически изменение одной переменной, как правило, не может происходить при абсолютной неизменности других. Ее изменение повлечет за собой изменения во всей системе взаимосвязанных признаков. Следовательно, отдельно взятое уравнение множественной регрессии не может характеризовать истинные

влияния отдельных признаков на вариацию результирующей переменной. Именно поэтому в последние десятилетия в экономических, биометрических и социологических исследованиях важное место заняла проблема описания структуры связей между переменными системой так называемых одновременных уравнений, называемых также структурными уравнениями. Так, если изучается модель спроса как соотношение цен и количества потребляемых товаров, то одновременно для прогнозирования спроса необходима модель предложения товаров, в которой рассматривается также взаимосвязь между количеством и ценой предлагаемых благ. Это позволяет достичь равновесия между спросом и предложением.

Приведем другой пример.

При оценке эффективности производства нельзя руководствоваться только моделью рентабельности. Она должна быть дополнена моделью производительности труда, а также моделью себестоимости единицы продукции.

В еще большей степени возрастает потребность в использовании системы взаимосвязанных уравнений, если мы переходим от исследований на микроуровне к макроэкономическим расчетам. Модель национальной экономики включает в себя систему уравнений: функции потребления, инвестиций заработной платы, а также тождество доходов и т.д. Это связано с тем, что макроэкономические показатели, являясь обобщающими показателями состояния экономики, чаще всего взаимозависимы. Так, расходы на конечное потребление в экономике зависят от валового национального дохода. Вместе с тем величина валового национального дохода рассматривается как функция инвестиций. Система уравнений в эконометрических исследованиях может быть построена по-разному.

Возможна **система независимых уравнений**, когда каждая зависимая переменная (y) рассматривается как функция одного и того же набора факторов (x):

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \dots\dots\dots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Набор факторов x в каждом уравнении может варьировать. Так, модель вида

$$\begin{cases} y_1 = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ y_2 = f(x_1, x_2, x_4, x_5) \\ y_3 = f(x_2, x_3, x_5) \\ y_4 = f(x_3, x_4, x_5) \end{cases}$$

также является системой независимых уравнений с тем лишь отличием, что в ней набор факторов видоизменяется в уравнениях, входящих в систему. Отсутствие того или иного фактора в уравнении системы может быть следствием как экономической нецелесообразности его включения в модель, так и несущественности его воздействия на результативный признак (незначимо значение t -критерия или частного F -критерия для данного фактора).

Примером такой модели может служить модель экономической эффективности сельскохозяйственного производства, где в качестве зависимых переменных выступают показатели, характеризующие эффективность сельскохозяйственного производства, — продуктивность коров, себестоимость 1 ц молока, а в качестве факторов - специализация хозяйства, количество голов на 100 га пашни, затраты труда и т. п.

Примером системы одновременных уравнений может служить *модель динамики цены и заработной платы вида*

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

где y_1 — темп изменения месячной заработной платы;

y_2 — темп изменения цен;

X_1 — процент безработных

X_2 — темп изменения постоянного капитала

X_3 — темп изменения цен на импорт сырья

Система совместных, одновременных уравнений (или структурная форма модели) обычно содержит эндогенные и экзогенные переменные. Эндогенные переменные обозначены в приведенной ранее системе одновременных уравнений как y . Это зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе. Экзогенные переменные обозначаются обычно как x . Это predetermined переменные, влияющие на эндогенные переменные, но не зависящие от них.

Простейшая структурная форма модели имеет вид:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

где y — эндогенные переменные;

x - экзогенные переменные.

Классификация переменных на эндогенные и экзогенные зависит от теоретической концепции принятой модели. Экономические переменные могут

выступать в одних моделях как эндогенные, а в других как экзогенные переменные. Внеэкономические переменные (например, климатические условия) входят в систему как экзогенные переменные. В качестве экзогенных переменных могут рассматриваться значения эндогенных переменных за предшествующий период времени (лаговые переменные). Так, потребление текущего года (y_t) может зависеть не только от ряда экономических факторов, но и от уровня потребления в предыдущем году (y_{t-1}).

Структурная форма модели позволяет увидеть влияние изменений любой экзогенной переменной на значения эндогенной переменной. Целесообразно в качестве экзогенных переменных выбирать такие переменные, которые могут быть объектом регулирования. Меняя их и управляя ими, можно заранее иметь целевые значения эндогенных переменных.

Структурная форма модели в правой части содержит при эндогенных и экзогенных переменных коэффициенты A , и $a_j(b$ — коэффициент при эндогенной переменной, a_j — коэффициент при экзогенной переменной), которые называются структурными коэффициентами модели. Все переменные в модели, выражены в отклонениях от среднего уровня, т. е. под x подразумевается $x - \bar{x}$ а под y — соответственно $y - \bar{y}$. Поэтому свободный член в каждом уравнении системы отсутствует.

Использование МНК для оценивания структурных коэффициентов модели дает, как принято считать в теории, смещенные и несостоятельные оценки. Поэтому обычно для определения структурных коэффициентов модели структурная форма модели преобразуется в **приведенную форму модели**. Приведенная форма модели представляет собой систему линейных функций эндогенных переменных от экзогенных:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \dots + \delta_{1m}x_m \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \dots + \delta_{2m}x_m \\ \dots\dots\dots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1}x_1 + \delta_{n2}x_2 + \dots + \delta_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

где δ_{ij} - коэффициенты приведенной формы модели.

По своему виду приведенная форма модели ничем не отличается от системы независимых уравнений, параметры которой оцениваются традиционным МНК. Применяя МНК, можно оценить δ , а затем оценить значения эндогенных переменных через экзогенные.

6.3. Оценка параметров структуры моделей

Коэффициенты приведенной формы модели представляют собой нелинейные функции коэффициентов структурной формы модели. Рассмотрим это положение на примере простейшей структурной модели, выразив коэффициенты приведенной формы модели (80) через коэффициенты структурной модели α и β . Для упрощения в модель не введены случайные переменные.

Для структурной модели вида

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases}$$

приведенная форма модели имеет вид

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 \end{cases}$$

в которой y_2 из первого уравнения структурной модели можно выразить следующим образом

$$y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{21}}$$

Отсюда имеем равенство

$$\begin{cases} y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}} \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{y_1 - a_{11} \cdot x_1}{b_{12}} = b_{21}y_1 + a_{22} \cdot x_2$$

Или

$$y_1 - a_{11} \cdot x_1 = b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2$$

В этом случае

$$y_1 - b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 = a_{11} \cdot x_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2$$

Или

$$y_1 = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_1 + \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_2$$

Таким образом, мы представили первое уравнение структурной формы модели в виде *уравнения приведенной формы модели*:

$$y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2$$

Из уравнения следует, что коэффициенты приведенной формы модели представляют собой нелинейные соотношения коэффициентов структурной формы модели, т. е.

$$\delta_{11} = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}, \quad \delta_{12} = \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}$$

Аналогично можно показать, что коэффициенты приведенной формы модели второго уравнения системы и δ_{22} также нелинейно связаны с коэффициентами структурной модели. Для этого выразим переменную u_2 из второго структурного уравнения модели.

Эконометрические модели обычно включают в систему не только уравнения, отражающие взаимосвязи между отдельными переменными, но и выражения тенденции развития явления, а также разного рода тождества

Так, в 1947 г., исследуя линейную зависимость потребления (C) от дохода (y), Т.Хавельмо предложил одновременно учитывать тождество дохода. В этом случае модель имеет вид:

$$\begin{cases} C = a + by \\ y = C + x \end{cases}$$

где x — инвестиции в основной капитал и в запасы экспорта и импорта
аи b — параметры линейной зависимости C от y .

Их оценки должны учитывать тождество дохода в отличие от параметров обычной линейной регрессии.

В этой модели две эндогенные переменные — C и y и одна экзогенная переменная x . Система приведенных уравнений составит:

$$\begin{cases} C = A_0 + A_1x \\ y = B_0 + B_1x \end{cases}$$

Она позволяет получить значения эндогенной переменной c через переменную x . Рассчитав коэффициенты приведенной формы модели

(A_0, A_1, B_0, B_1), можно перейти к коэффициентам структурной модели \mathbf{a} и \mathbf{b} , подставляя в первое уравнение приведенной формы выражение переменной x из второго уравнения приведенной формы модели. Приведенная форма модели хотя и позволяет получить значения эндогенной переменной через значения экзогенных переменных, аналитически уступает структурной форме модели, так как в ней отсутствуют оценки взаимосвязи между эндогенными переменными

При переходе от приведенной формы модели к структурной исследователь сталкивается с проблемой идентификации. Идентификация — это единственность соответствия между приведенной и структурной формами модели. Рассмотрим проблему идентификации для случая с двумя эндогенными переменными. Как уже отмечалось, КМНК применяется в случае точно идентифицируемой структурной модели. Процедура применения КМНК предполагает выполнение следующих этапов работы. Структурная модель преобразовывается в приведенную форму модели. Для каждого уравнения приведенной формы модели обычным МНК оцениваются приведенные коэффициенты (S/J). Коэффициенты приведенной формы модели трансформируются в параметры структурной модели.

Рассмотрим применение КМНК для простейшей идентифицируемой эконометрической модели с двумя эндогенными и двумя экзогенными переменными

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Пусть для построения данной модели торой информацией по пяти регионам

Регион	u1	u1	x1	x2
1	2	5	1	3
2	3	6	2	1
3	4	7	3	2
4	5	8	2	5
5	6	5	4	6
Среднее	4	6,2	2,4	3,4

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \end{cases}$$

где

u_i , «2 — случайные ошибки приведенной формы модели.

Для каждого уравнения приведенной формы модели применяем традиционный МНК и определяем (5-коэффициенты) Чтобы упростить процедуру расчетов, можно работать с отклонениями от средних уровней, *т. е.* $y = \bar{y} + y - \bar{y}$ — $x = \bar{x} + x - \bar{x}$ — T . Тогда для первого уравнения приведенной формы модели система нормальных уравнений составит:

$$\begin{cases} \sum y_1x_1 = \delta_{11} \sum x_1^2 + \delta_{12} \sum x_1x_2 \\ \sum y_1x_2 = \delta_{11} \sum x_1x_2 + \delta_{12} \sum x_2^2. \end{cases}$$

Применительно к рассматриваемому примеру, используя отклонения от средних уровней, имеем:

$$\begin{cases} 6 = 5,2 \cdot \delta_{11} + 4,2 \cdot \delta_{12} \\ 10 = 4,2\delta_{11} + 17,2\delta_{12}. \end{cases}$$

Решая данную систему, получим следующее первое уравнение приведенной формы модели:

$$y_1 = 0,82x_1 + 0,373x_2 + u_1$$

Аналогично применяем МНК для второго уравнения приведенной формы модели, получим:

$$\begin{cases} \sum y_2 \cdot x_1 = \delta_{21} \sum x_1^2 + \delta_{22} \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_2 \cdot x_2 = \delta_{21} \sum x_1 x_2 + \delta_{22} \sum x_2^2. \end{cases}$$

Система нормальных уравнений составит:

$$\begin{cases} -0,4 = 5,2 \cdot \delta_{21} + 4,2 \cdot \delta_{22} \\ -0,4 = 4,2 \cdot \delta_{21} + 17,2 \cdot \delta_{22}. \end{cases}$$

$$y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2.$$

Применительно к нашему примеру имеем

$$\begin{cases} y_1 = 0,852 \cdot x_1 + 0,373 \cdot x_2 + u_1 \\ y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2 \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

1. Какие переменные существуют в эконометрике ?
2. Если зависимая переменная одного уравнения выступает в виде фактора в другом уравнении, то такая система уравнений называется ...?
3. Если в одних и тех же уравнениях зависимые переменные входят в левую часть, а в других уравнениях в правую часть, то такая система уравнений называется ...?
4. Когда каждая зависимая переменная рассматривается как функция одного и того же набора факторов, то такая система уравнений называется ?
5. В моделях одновременных уравнениях “метод наименьших квадратов” применяется для оценки коэффициентов...?
6. В модели одновременного уравнения экзогенными переменными являются...?

7-ТЕМА

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ

ПЛАН:

7.1. Основные элементы временного ряда

7.2. Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры

7.3. Моделирование сезонных и циклический колебаний

Ключевые слова и понятия: Временной ряд, Автокорреляция, Линейный тренд, Гипербола, Экспоненциальный тренд, Тренд в форме степенной функции, Коэффициент регрессии, Автокорреляции первого, второго и третьего порядков.

7.1.Основные элементы временного ряда

Можно построить эконометрическую модель, используя два типа исходных данных:

- данные, характеризующие совокупность различных объектов в определенный момент (период) времени;
- данные, характеризующие один объект за ряд последовательных моментов (периодов) времени.

Модели, построенные по данным первого типа, называются пространственными моделями. Модели, построенные на основе второго типа данных, называются моделями временных рядов.

Временной ряд - это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени.

Каждый уровень временного ряда формируется под воздействием большого числа факторов, которые условно можно подразделить на три группы:

- факторы, формирующие тенденцию ряда;
- факторы, формирующие циклические колебания ряда;
- случайные факторы.

В отечественной литературе используются два синонима этого термина: «динамический ряд» и «ряд динамики».

При различных сочетаниях в изучаемом явлении или процессе этих факторов зависимость уровней ряда от времени может принимать различные формы. Во-первых, большинство временных рядов экономических показателей имеют тенденцию, характеризующую совокупное долговременное воздействие множества факторов на динамику изучаемого показателя. Очевидно, что эти факторы, взятые в отдельности, могут оказывать разнонаправленное воздействие на исследуемый показатель. Однако в совокупности они формируют его возрастающую или убывающую тенденцию. На рис. S.1 а) показан гипотетический временной ряд, содержащий возрастающую тенденцию.

Во-вторых, изучаемый показатель может быть подвержен циклическим колебаниям. Эти колебания могут носить сезонный характер, поскольку экономическая деятельность ряда отраслей экономики зависит от времени года (например, цены на сельскохозяйственную продукцию в летний период выше, чем в зимний; уровень безработицы в курортных городах в зимний период выше по сравнению с летним). При наличии больших массивов данных за длительные промежутки времени можно выявить циклические колебания, связанные с общей динамикой конъюнктуры рынка, а также с фазой-бизнес цикла, в которой находится экономика страны. На рис. S. 1 б) представлен гипотетический временной ряд, содержащий только сезонную компоненту.

Некоторые временные ряды не содержат тенденции и циклической компоненты, а каждый следующий их уровень образуется как сумма среднего уровня ряда и некоторой (положительной или отрицательной) случайной компоненты. Пример ряда, содержащего только случайную компоненту, приведен на рис. 5.1 в).

Очевидно, что реальные данные не следуют целиком и полностью из каких-либо описанных выше моделей. Чаще всего они содержат все три компоненты. Каждый их уровень формируется под воздействием тенденции, сезонных колебаний и случайной компоненты.

В большинстве случаев фактический уровень временного ряда можно представить как сумму или произведение трендовой, циклической и случайной компонент. Модель, в которой временной ряд представлен как сумма перечисленных компонент, называется аддитивной моделью временного ряда. Модель, в которой временной ряд представлен как произведение перечисленных компонент, называется мультипликативной моделью временного ряда.

Основная задача эконометрического исследования отдельного временного ряда — выявление и придание количественного выражения каждой из перечисленных выше компонент с тем, чтобы использовать полученную информацию для прогнозирования будущих значений ряда или при построении моделей взаимосвязи двух или более

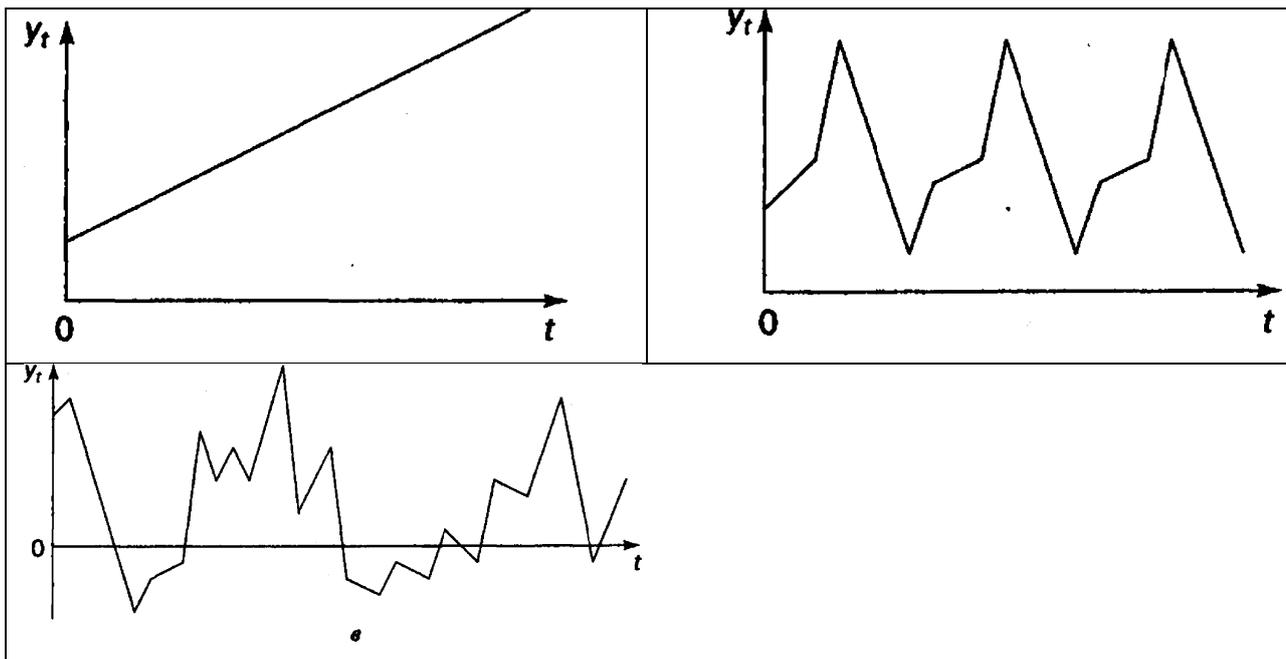


Рис.1. Основные компоненты временного ряда: а - возрастающая тенденция; б - сезонная компонента; в - случайная компонента

7.2.Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени, или тренда. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда.

Поскольку зависимость от времени может принимать разные формы, для ее формализации можно использовать различные виды функций. Для построения трендов чаще всего применяются следующие функции:

- линейный тренд: $\hat{y}_t = a + b \cdot t$;
- гипербола: $\hat{y}_t = a + b/t$;
- экспоненциальный тренд: $\hat{y}_t = e^{a+b \cdot t}$;
- тренд в форме степенной функции $\hat{y}_t = a \cdot t^b$;
- парабола второго и более высоких порядков
 $\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k$.

Параметры каждого из перечисленных выше трендов можно определить обычным МНК, используя в качестве независимой переменной время $t=1,2,\dots,n$, а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда y_t . Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Существует несколько способов определения типа тенденции. К числу наиболее распространенных способов относятся качественный анализ изучаемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени, расчет некоторых основных показателей динамики. В этих же целях можно использовать и коэффициенты автокорреляции уровней ряда. Тип тенденции можно определить путем сравнения коэффициентов автокорреляции первого порядка, рассчитанных по исходным и преобразованным уровням ряда. Если временной ряд имеет линейную тенденцию, то его соседние уровни y_t и y_{t+1} тесно коррелируют. В этом случае коэффициент автокорреляции первого порядка уровней исходного ряда должен быть высоким. Если временной ряд содержит нелинейную тенденцию, например, в форме экспоненты, то коэффициент автокорреляции первого порядка по логарифмам уровней исходного ряда будет выше, чем соответствующий коэффициент, рассчитанный по уровням ряда. Чем сильнее выражена нелинейная тенденция в изучаемом временном ряде, тем в большей степени будут различаться значения указанных коэффициентов.

1. Другая формулировка этой формы тренда имеет вид: $\hat{y}_t = a + b \cdot t$;

Выбор наилучшего уравнения в случае, если ряд содержит нелинейную тенденцию, можно осуществить путем перебора основных форм тренда, расчета по каждому уравнению скорректированного коэффициента детерминации L и выбора уравнения тренда с максимальным значением скорректированного коэффициента детерминации. Реализация этого метода относительно проста при компьютерной обработке данных.

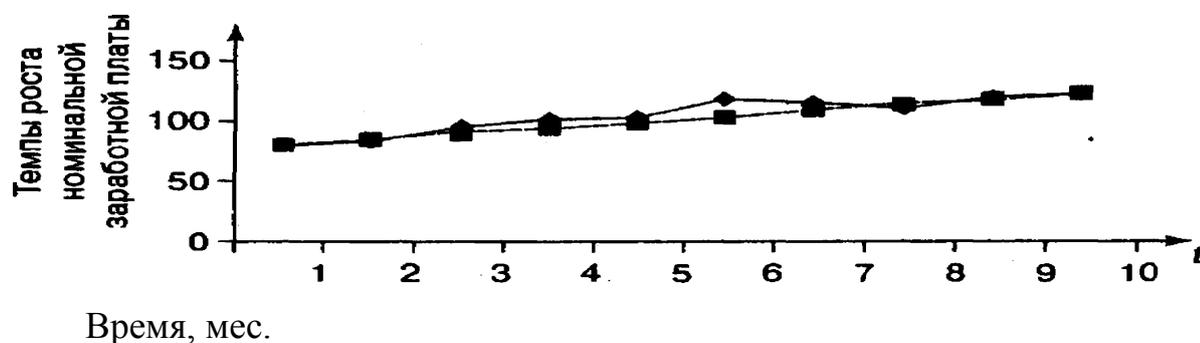
Пример 2. Расчет параметров тренда.

Имеются помесечные данные о темпах роста номинальной заработной платы за 10 месяцев 2015 г. в процентах к уровню декабря 2014 г. (табл. 2). Требуется выбрать наилучший тип тренда и определить его параметры.

Таблица 2

Месяцы	Темпы роста номинальной месячной заработной платы	Месяцы	Темпы роста номинальной месячной заработной платы
Январь	82,9	Июнь	121,6
Февраль	87,3	Июль	118,6
Март	99,4	Август	114,1
Апрель	104,8	Сентябрь	123,0
Май	107,2	Октябрь	127,3

Построим график данного временного ряда (рис. 3).



Время, мес.

—◆— фактические уровни ряда

—■— уровни ряда, рассчитанные по линейному тренду

Рис. 3. Динамика темпов роста номинальной заработной платы за 10 месяцев 2015 г.

На графике рис. 3 наглядно видно наличие возрастающей тенденции. Возможно существование линейного тренда.

Для дальнейшего анализа определим коэффициенты автокорреляции по уровням этого ряда и их логарифмам (табл.6).

Таблица 6

Автокорреляционная функция временного ряда темпов роста номинальной месячной заработной платы за 10 месяцев 2015 г., % к уровню декабря 2014 г.

Лаг	Автокорреляционная функция	
	по уровням ряда	по логарифмам уровней ряда
1	0,901	0,914
2	0,805	0,832
3	0,805	0,896

Высокие значения коэффициентов автокорреляции первого, второго и третьего порядков свидетельствуют о том, что ряд содержит тенденцию. Приблизительно равные значения коэффициентов автокорреляции по уровням этого ряда и по логарифмам уровней позволяют сделать следующий вывод: если ряд содержит нелинейную тенденцию, то она выражена в неявной форме. Поэтому для моделирования его тенденции в равной мере целесообразно использовать и линейную, и нелинейную функции, например степенной или экспоненциальный тренд.

Для выявления наилучшего уравнения тренда определим параметры основных видов трендов. Результаты этих расчетов представлены в табл. 5.7, согласно данным которой наилучшей является степенная форма тренда, для которой значение скорректированного коэффициента детерминации наиболее высокое. Уравнение степенного тренда можно использовать как в линеаризованном виде, так и в форме исходной степенной функции после проведения операции потенцирования. В исходном виде это уравнение выглядит следующим образом:

$$\hat{y}_t = e^{4,39} \cdot t^{0,193}$$

или

$$\hat{y}_t = 80,32 \cdot t^{0,193}$$

Таблица 3

Уравнения трендов временного ряда темпов роста номинальной месячной заработной платы за 10 месяцев 2015 г., % к уровню декабря 2014 г.

Виды тренда	Уравнение	R^2	\bar{R}^2
Линейная	$\hat{y}_t = 82,66 + 4,72 \cdot t$ (0,595)*	0,887	0,873
Парабола второго порядка	$\hat{y}_t = 72,9 + 9,599 \cdot t - 0,444 \cdot t^2$ (2,11)* (0,187)*	0,937	0,920
Показательная	$\ln \hat{y}_t = 4,39 + 0,193 \ln t$ (0,017)*	0,939**	0,931**
Экспоненциальная	$\ln \hat{y}_t = 4,43 + 0,045t$ (0,006)*	0,872**	0,856**
Гиперболическая	$\hat{y}_t = 1,22,57 - 47,63/t$ (8,291)*	0,758	0,728
*В скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов регрессии. Коэффициенты детерминации рассчитаны по линеаризованным уравнениям регрессии.			

Во-вторых, в соответствии с интерпретацией параметров линейного тренда каждый последующий уровень ряда есть сумма предыдущего уровня и среднего цепного абсолютного прироста, т. е.

$$\begin{aligned} \hat{y}_2^{\text{линейн}} &= \hat{y}_1^{\text{линейн}} + b = 87,38 + 4,72 = 92,10; \\ \hat{y}_3^{\text{линейн}} &= \hat{y}_2^{\text{линейн}} + b = 92,10 + 4,72 = 96,82 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

График линейного тренда приведен на рис. 3.

Параметры экспоненциального тренда имеют следующую интерпретацию. Параметр o - это начальный уровень временного ряда в момент времени $t=0$. Величина e^* - это средний за единицу времени коэффициент роста уровней ряда.

Для нашего примера уравнение экспоненциального тренда в исходной форме имеет вид:

$$\hat{y}_1^{\text{линейн}} = 82,66 + 4,72 \cdot 1 = 87,38;$$

$$\hat{y}_2^{\text{линейн}} = 82,66 + 4,72 \cdot 2 = 92,10.$$

Таким образом, начальный уровень ряда в соответствии с уравнением экспоненциального тренда составляет 83,96 (сравните с начальным уровнем 82,66 в линейном тренде), а средний цепной коэффициент роста - 1,046. Следовательно, можно сказать, что темпы роста номинальной месячной заработной платы за 10 месяцев 1999 г. изменялись от уровня 83,96% со средним за месяц цепным темпом роста, равным 104,6%. Иными словами, средний за месяц цепной темп прироста временного ряда составил 4,6%.

По аналогии с линейной моделью расчетные значения уровней ряда по экспоненциальному тренду можно получить как путем подстановки в уравнение тренда значений $t=1,2,\dots, j$, так и в соответствии с интерпретацией параметров экспоненциального тренда: каждый его последующий уровень есть произведение предыдущего уровня на соответствующий коэффициент роста:

$$y^{\text{экс}}_1 = y^{\text{экс}}_0 \cdot 1,046 = 83,96 \cdot 1,046 = 87,82;$$

$$y^{\text{экс}}_2 = y^{\text{экс}}_1 \cdot 1,046 = 87,82 \cdot 1,046 = 91,87 \text{ и т. д.}$$

При наличии неявной нелинейной тенденции следует дополнять описанные выше методы выбора наилучшего уравнения тренда качественным анализом динамики изучаемого показателя, с тем чтобы избежать ошибок спецификации при выборе вида тренда. Качественный анализ предполагает изучение проблем возможного наличия в исследуемом временном ряде поворотных точек и изменения темпов прироста, или ускорения темпов прироста, начиная с определенного момента (периода) времени под влиянием ряда факторов, и т. д. В случае если уравнение тренда выбрано неверно при больших значениях t , результаты анализа и прогнозирования динамики временного ряда с использованием выбранного уравнения будут недостоверными вследствие ошибки спецификации.

Иллюстрация возможного появления ошибки спецификации приводится на рис. 4

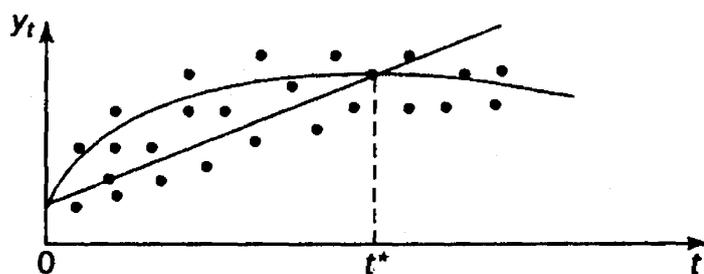


Рис. 4. Ошибка спецификации при выборе уравнения тренда

Если наилучшей формой тренда является парабола второго порядка, в то время как на самом деле имеет место линейная тенденция, то при больших t парабола и линейная функция будут по-разному описывать тенденцию в уровнях ряда. При $t > t^*$ парабола второго порядка характеризует убывающую тенденцию в уровнях ряда y_t , а линейная функция - возрастающую.

7.3. Моделирование сезонных и циклических колебаний

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные или циклические колебания.

Простейший подход - расчет значений сезонной компоненты методом скользящей средней и построение аддитивной или мультипликативной модели временного ряда. Общий вид аддитивной модели следующий:

$$Y = T + S + E \quad (5)$$

Моделирование циклических колебаний в целом осуществляется аналогично моделированию сезонных колебаний, поэтому мы рассмотрим только методы моделирования последних.

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как сумма трендовой (7), сезонной (5) и случайной (E) компонент. Общий вид мультипликативной модели выглядит так:

$$Y = T \cdot S \cdot E \quad (6)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент. Выбор одной из двух моделей осуществляется на основе анализа структуры сезонных колебаний. Если амплитуда колебаний приблизительно постоянна, строят аддитивную модель временного ряда, в которой значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов. Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты.

Построение аддитивной и мультипликативной моделей сводится к расчету значений T, S и E для каждого уровня ряда.

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги.

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S.
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных $(T + E)$ в аддитивной или $(T \cdot E)$ в мультипликативной модели.
4. Аналитическое выравнивание уровней $(T + E)$ или $(T \cdot E)$ и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений $(T + S)$ или $(T \cdot S)$.
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.

Подробнее методику построения каждой из моделей рассмотрим на примерах.

Призер 5.4. Построение аддитивной модели временного ряда.

Обратимся к данным об объеме потребления электроэнергии жителями района за последние четыре года, представленным в табл. 3.

В примере 5.2 было показано, что данный временной ряд содержит сезонные колебания периодичностью 4. Объемы потребления электроэнергии в осенне-зимний период времени (I и IV кварталы) выше, чем весной и летом (II и III кварталы). По графику, этого ряда (рис. 5.2) можно установить наличие приблизительно равной амплитуды колебаний. Это свидетельствует о возможном существовании в ряде аддитивной модели. Рассчитаем ее компоненты.

Шаг 1. Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого:

а) просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные годовые объемы потребления электроэнергии (гр. 3 табл. 5.8);

б) разделив полученные суммы на 4, найдем скользящие средние (гр. 4 табл.5.8). Отметим, что полученные таким образом выравненные значения уже не содержат сезонной компоненты;

с) приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних - центрированные скользящие средние (гр. 5 табл. 8).

Таблица 8

Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной модели

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, y_t	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Централизованная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	24,4	6,10	-	-
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250

4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0	-	-	-	-
16	10,8	-	-	-	-

Шаг 2. Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими уровнями ряда и центрированными скользящими средними (гр. 6 табл. 5.8). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (табл. 5.9). Для этого найдем средние за каждый квартал (по всем годам) оценки сезонной компоненты S . В моделях с сезонной компонентой обычно предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна нулю.

Таблица 9

Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатели	Годы	№ квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875
	4	0,675	-1,775	-	-
Итого за i -й квартал (за все годы)		1,800	-5,875	-3,825	8.125
Средняя оценка сезонной					

компоненты для i-го квартала, S_i		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Скорректированная сезонная компонента, S_t		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Для данной модели имеем:

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$k - 0,075 / 4 = 0,01875.$$

Рассчитаем скорректированные значения сезонной компоненты как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом k :

Проверим условие равенства нулю суммы значений сезонной компоненты:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Таким образом, получены следующие значения сезонной компоненты:

$$\text{I квартал: } S_1 = 0,581;;$$

$$\text{II квартал: } S_2 = -1,979;$$

$$\text{III квартал: } S_3 = -1,294;$$

$$\text{IV квартал: } S_4 = 2,690.$$

Занесем полученные значения в табл. 5.9 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

Шаг 3. Элиминируем влияние сезонной компоненты, вычитая ее значение из каждого уровня исходного временного ряда. Получим величины $T+E = Y - S$ (гр. 4 табл.10). Эти значения рассчитываются за каждый момент времени и содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 10

Расчет выравненных значений T и ошибок E в аддитивной модели

t	y_t	S_t	$T+E=$ $= y_t - S_t$	T	$T+S$	$E=y_t-$ $-(T+S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,0	0,581	0,419	5,902	6,483	-0,483	0,2333
2	4,4	-1,977	6,337	6,088	4,111	0,289	0,0835

3	5,0	-1,294	6,294	6,275	4,981	0,019	0,0004
4	9,0	2,690	6,310	6,461	9,151	-0,151	0,0228
5	7,2	0,581	6,619	6,648	7,229	-0,029	0,0008
6	4,8	-1,977	6,777	6,834	4,857	-0,057	0,0032
7	6,0	-1,294	7,294	7,020	5,727	0,273	0,0745
8	10,0	2,690	7,310	7,207	9,896	0,104	0,0108
9	8,0	0,581	7,419	7,393	7,974	0,026	0,0007
10	5,6	-1,977	7,577	7,580	5,603	-0,030	0,0009
11	6,4	-1,294	7,694	7,766	6,472	-0,072	0,0052
12	11,0	2,690	8,310	7,952	10,642	0,358	0,1282
13	9,0	0,581	8,419	8,139	8,720	0,280	0,0784
14	6,6	-1,977	8,577	8,325	6,348	0,252	0,0635
15	7,0	-1,294	8,294	8,519	7,218	-0,218	0,0475
16	10,8	2,690	8,110	8,698	11,388	-0,588	0,3457

Определим компоненту T данной модели. Для этого проведем аналитическое выравнивание ряда ($T + E$) с помощью линейного тренда. Результаты аналитического выравнивания следующие:

Константа 5,715416

Коэффициент регрессии 0,186421

Стандартная ошибка коэффициента регрессии 0,015188

Л-квадрат 0,914971

Число наблюдений 16

Число степеней свободы 14

Таким образом, имеем следующий линейный тренд:

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t .$$

Подставляя в это уравнение значения $t = 1, \dots, 16$, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 табл. 5.10).

Шаг 5. Найдем значения уровней ряда, полученные по аддитивной модели. Для этого прибавим к уровням T значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов.

Шаг 6. В соответствии с методикой построения аддитивной модели расчет ошибки производится по формуле

$$E = Y - (T + S)$$

Это абсолютная ошибка. Численные значения абсолютных ошибок приведены в гр. 7 табл.10.

По аналогии с моделью регрессии для оценки качества построения модели или для выбора наилучшей модели можно применять сумму квадратов полученных абсолютных ошибок. Для данной аддитивной модели сумма квадратов абсолютных ошибок равна 1,10. По отношению к общей сумме квадратов отклонений уровней ряда от его среднего уровня, равной 71,59, эта величина составляет чуть более 1,5%:

$$(1 - 1,10 / 71,59) \cdot 100 = 1,536\%.$$

Следовательно, можно сказать, что аддитивная модель объясняет 98,5% общей вариации уровней временного ряда потребления электроэнергии за последние 16 кварталов.

Пример 5. Построение мультипликативной модели временного ряда.

Пусть имеются поквартальные данные о прибыли компании за последние четыре года (табл.11).

Таблица 11

Прибыль компаний, тыс. долл. США

Квартал Год	I	II	III	IV
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30

График данного временного ряда (рис. 6) свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен 4) и общей убывающей тенденции уровней ряда. Прибыль компании в весенне-летний период выше, чем в осенне-зимний период. Поскольку амплитуда сезонных колебаний уменьшается, можно предположить существование мультипликативной модели.

Определим ее компоненты.

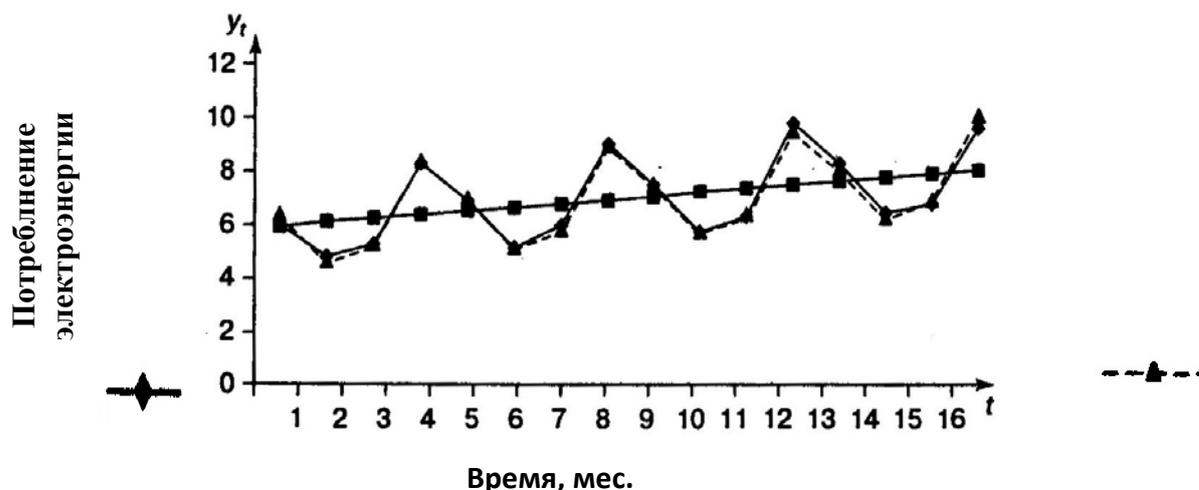


Рис. 6. Прибыль компании

Выявление и устранение сезонного эффекта (в некоторых источниках применяется термин «десезонализация уровней ряда») используются в двух направлениях. Во-первых, воздействие сезонных колебаний следует устранять на этапе предварительной обработки исходных данных при изучении взаимосвязи нескольких временных рядов. Поэтому в российских и международных статистических сборниках часто публикуются данные, в которых устранено влияние сезонной компоненты (если это ежемесячная или поквартальная статистика), например показатели объемов производства в отдельных отраслях промышленности, уровня безработицы и т.д. Во-вторых, это анализ структуры одномерных временных рядов с целью прогнозирования уровней ряда в будущие моменты времени. Пример 5.6. Прогнозирование по аддитивной модели.

Предположим, по данным примера 5.4 требуется дать прогноз потребления электроэнергии жителями района в течение первого полугодия ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t , уровня временного ряда в аддитивной модели в соответствии с соотношением (5.5) есть сумма трендовой и сезонной компонент.

Объем электроэнергии, потребленной в течение первого полугодия ближайшего следующего, т. е. пятого, года, рассчитывается как сумма объемов потребления электроэнергии в I и во II кварталах пятого года, соответственно F_{1I} и F_{1II} . Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t.$$

Получим:

$$T_{17} = 5,715 + 0,186 \cdot 17 = 8,877;$$

$$T_{18} = 5,715 + 0,186 \cdot 18 = 9,063,$$

Значения сезонной компоненты равны: $S_1 = 0,581$ (I квартал); $S_2 = -1,977$ (II квартал).

Таким образом,

$$F_{17} = T_{17} + S_1 = 8,877 + 0,581 = 9,458;$$

$$F_{18} = T_{18} + S_2 = 9,063 - 1,977 = 7,086.$$

Прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего (пятого) года составит:

$$(9,458 + 7,086) = 16,544 \text{ млн. кВт} \cdot \text{ч.}$$

Пример 5.7. Прогнозирование по мультипликативной модели.

Предположим, по данным примера 5 необходимо сделать прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в мультипликативной модели в соответствии с соотношением (5.6) есть произведение трендовой и

сезонной компонент. Для определения трендовой компоненты за каждый квартал воспользуемся уравнением тренда

$$T = 90,59 - 2,773 \cdot t.$$

Получим:

$$T_{17} = 90,59 - 2,773 \cdot 17 = 43,401;$$

$$T_{18} = 90,59 - 2,773 \cdot 18 = 40,626.$$

Значения сезонной компоненты равны $S_1 = 0,913$ (I квартал);

$$S_2 = 1,202 \text{ (II квартал)}$$

Контрольные вопросы:

1. Что вы знаете про методы изучения взаимосвязи экономических процессов в рядах динамики?
2. Моделирования сезонных и циклических тенденции в экономических процессах на основании временных рядов?
3. Моментальные динамические ряды это...?
4. Если ряд динамики имеет тренд (нестационарный ряд динамики), то порядок расчета включает в себя этап расчета...?
5. Расскажите правильную характеристику параметра линейного тренда?
6. Одним из известных способов проверки регрессионных остатков эконометрической модели на автокорреляцию является критери...?

8-ТЕМА

Прикладные эконометрические модели

ПЛАН:

8.1. Функция полезности. Задача потребительского выбора

8.2. Решение задачи потребительского выбора и его свойства

8.3. Общая модель потребительского выбора

8.4. Взаимозаменяемость товаров. Эффекты компенсации

Ключевые слова и понятия: Модель потребительского выбора, Потребительский набор, Функцией полезности потребителя, Бюджетное ограничение, Локальным рыночным равновесием, Законом убывания предельной полезности.

8.1. Функция полезности. Задача потребительского выбора

Пусть потребитель располагает доходом I , который он полностью тратит на приобретение товаров (продуктов), т.е. величина I — это не доход, а расход данного потребителя.

Учитывая структуру цен, доход и собственные предпочтения, потребитель приобретает определенные количества товаров, и математическая модель такого его поведения называется *моделью потребительского выбора*.

Рассмотрим потребительские наборы из двух товаров.

Потребительский набор (для краткости *набор*) — это вектор (x_1, x_2) , координата x_1 которого равна количеству единиц первого товара, а координата x_2 равна количеству единиц второго товара

Выбор потребителя характеризуется отношением предпочтения, суть которого состоит в следующем. Считается, что потребитель про каждые 2 набора может сказать, что либо один из них более желателен, чем другой, либо потребитель не видит между ними разницы. Отношение предпочтения транзитивно, т.е. если набор $A = (a_1, a_2)$ предпочтительнее набора $B = (b_1, b_2)$, а набор B предпочтительнее набора $C = (c_1, c_2)$, то набор A предпочтительнее набора C .

Функцией полезности потребителя называется функция $u(x_1, x_2)$, определенная на множестве потребительских наборов (x_1, x_2) , значение $u(x_1, x_2)$ которой на потребительском наборе (x_1, x_2) равно потребительской оценке потребителя для

Потребительскую оценку $u(x_1, x_2)$ набора (x_1, x_2) принято называть *уровнем* (или *степенью*) удовлетворения потребностей потребителя, если он приобретает или потребляет данный набор (x_1, x_2) . Каждый потребитель имеет, вообще говоря, свою функцию полезности. Если набор A предпочтительнее набора B , то $u(A) > u(B)$.

Функция полезности удовлетворяет следующим свойствам:

1. Возрастание потребления одного продукта при постоянном потреблении другого продукта ведет к росту потребительской оценки, т.е.

а) если $x_1^2 > x_1^1$, то $u(x_1^2, x_2) > u(x_1^1, x_2)$ или, другими словами,

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} = u'_1 > 0;$$

б) если $x_2^2 > x_2^1$, то $u(x_1, x_2^2) > u(x_1, x_2^1)$ или, другими словами, $\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} = u'_2 > 0$.

Первые частные производные называются *предельными полезностями* продуктов: u'_1 называется предельной полезностью первого продукта, а u'_2 — предельной полезностью второго продукта.

2. Предельная полезность каждого продукта уменьшается, если объем его потребления растёт (это свойство предельной полезности называется *законом убывания предельной полезности*), т.е.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = u''_{11} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = u''_{22} < 0.$$

3. Предельная полезность каждого продукта увеличивается, если растёт количество другого продукта, т.е.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = u''_{12} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = u''_{21} > 0.$$

В этом случае продукт, количество которого фиксировано, оказывается относительно дефицитным. Поэтому дополнительная его единица приобретает большую ценность и может быть потреблена более эффективно. Данное свойство не столь очевидно, как свойства 1 и 2, и справедливо не для всех товаров: если товары могут полностью замещать друг друга в потреблении, свойство 3 не выполняется.

Примером функции полезности может служить функция

$$u(x_1, x_2) = a_1 \ln(x_1 - x_1^*) + a_2 \ln(x_2 - x_2^*),$$

где $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $x_1 > x_1^* \geq 0$, $x_2 > x_2^* \geq 0$.

Действительно, имеем

$$u'_1 = \frac{a_1}{x_1 - x_1^*} > 0, \quad u'_2 = \frac{a_2}{x_2 - x_2^*} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{a_1}{(x_1 - x_1^*)^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\frac{a_2}{(x_2 - x_2^*)^2} < 0,$$

т.е. выполнены свойства 1 и 2 функции полезности. Свойство 3 не выполнено, так как смешанные вторые частные производные функции $u(x_1, x_2)$ равны нулю.

Задача потребительского выбора (задача рационального поведения потребителя на рынке) заключается в выборе такого потребительского набора (x_1^0, x_2^0) , который максимизирует его функцию полезности при заданном бюджетном ограничении.

Бюджетное ограничение означает, что денежные расходы на продукты не могут превышать денежного дохода, т.е. $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$, где p_1 и p_2 — рыночные цены одной единицы соответственно первого и второго продуктов, а I — доход потребителя, который он готов потратить на приобретение первого и второго продуктов. Величины p_1 , p_2 и I заданы.

Формально задача потребительского выбора имеет вид:

$$u(x_1, x_2) \quad (\max) \quad (\max)$$

при условиях

$$\begin{aligned} p_1x_1 + p_2x_2 &\leq I \\ x_1 &\geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

8.2. Решение задачи потребительского выбора и его свойства

Набор (x_1^0, x_2^0) , который является решением задачи потребительского выбора, принято называть *оптимальным* для потребителя или *локальным рыночным равновесием* потребителя.

В приведенной постановке задача потребительского выбора является задачей нелинейного программирования. Однако если на каком-то потребительском наборе (x_1, x_2) бюджетное ограничение $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$ будет выполняться в виде строгого неравенства, то мы можем увеличить потребление какого-либо из продуктов и тем самым увеличить функцию полезности. Следовательно, набор (x_1^0, x_2^0) , максимизирующий функцию полезности, должен обращать бюджетное ограничение в равенство, т.е. $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$.

Мы также будем считать, что в оптимальной точке (x_1^0, x_2^0) условия $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ выполняются автоматически, вытекая из свойств функции $u(x_1, x_2)$. Как правило, это действительно так. В то же время, если условия неотрицательности переменных не включать в явном виде в условие задачи, то она становится существенно проще с математической точки зрения.

Итак, задачу потребительского выбора можно заменить задачей на условный экстремум (ибо решение (x_1^0, x_2^0) этих двух задач одно и то же):

$$u(x_1, x_2) \text{ (max)}$$

при условии

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I.$$

Для решения этой задачи на условный экстремум применим метод Лагранжа.

Выписываем функцию Лагранжа

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - I),$$

находим ее первые частные производные по переменным x_1 , x_2 , λ и приравниваем эти частные производные к нулю:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = u'_1 - \lambda \cdot p_1 = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = u'_2 - \lambda \cdot p_2 = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 - p_2 x_2 - I = 0.$$

Исключив из полученной системы трех уравнений с тремя неизвестными неизвестную λ , получим систему двух уравнений с двумя неизвестными x_1 , x_2

$$\frac{u'_1}{u'_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I,$$

из которой получим решение (x_1^0, x_2^0) задачи потребительского выбора.

Координаты x_1^0 и x_2^0 решения (x_1^0, x_2^0) задачи потребительского выбора есть функции параметров p_1 , p_2 и I :

$$x_1^0 = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0 = x_2^0(p_1, p_2, I).$$

Полученные функции называются *функциями спроса* на первый и второй продукты. Важным свойством функций спроса является их однородность нулевой степени относительно цен и дохода, т.е. значения функций спроса инварианты по отношению к пропорциональным изменениям цен и дохода:

$$x_1^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_2^0(p_1, p_2, I)$$

для любого числа $\alpha > 0$. Это означает, что если все цены и доход изменяется в одно и то же число раз, величина спроса на продукт (первый или второй — безразлично) останется неизменной.

Решим одну простую задачу потребительского выбора с двумя товарами. Пусть неизвестные количества этих товаров равны x_1 и x_2 , а их рыночные цены — соответственно p_1 и p_2 . Рассматриваемая задача имеет вид:

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \text{ (max)} \quad (4.1)$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I, \quad (4.2)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \quad (4.3)$$

Как мы выяснили, бюджетное ограничение в оптимальной точке должно выполняться как равенство, и, поскольку оба товара жизненно необходимы (полезность равна нулю, если один из них отсутствует), требования неотрицательности переменных будут выполнены автоматически. Следовательно, решаемая задача математического программирования превращается в классическую задачу на условный экстремум. Записав необходимые условия экстремума (согласно которым, отношения предельных полезностей товаров должны равняться отношениям их рыночных цен, а бюджетное ограничение выполняется как равенство), получаем систему уравнений

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I.$$

Здесь первое условие означает, что в рассматриваемой задаче количества денег, затрачиваемые на оба товара, должны быть одинаковыми, то есть $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$. Это вытекает из равенства «весов», или показателей степени у

переменных x_1 и x_2 в функции полезности. Итак, $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2}$ и

функции спроса приобретают вид

$$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2}. \quad (4.4)$$

8.3. Общая модель потребительского выбора

Таким образом, расход на каждый товар составляет половину общего дохода потребителя, и, чтобы найти необходимое количество каждого товара, следует разделить расходуемую на него сумму на его цену.

Теперь рассмотрим свойства задачи потребительского выбора с произвольным числом товаров и целевой функцией общего вида.

Пусть заданы целевая функция полезности потребителя $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (x_i — количество i -го товара), вектор цен $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ и доход I . Записав бюджетное ограничение и ограничения на неотрицательность, получаем задачу

$$u(\bar{x}) \text{ (max)}$$

при условиях

$$\bar{p} \bar{x} \leq I,$$

$$\bar{x} \geq 0,$$

где $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\bar{p} = (p_1, \dots, p_n)$, $\bar{p} \bar{x} = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$.

Будем, как и ранее, считать, что неотрицательность переменных обеспечивается свойствами целевой функции и бюджетного ограничения. В этом случае можно записать функцию Лагранжа и исследовать ее на безусловный экстремум.

Необходимые условия экстремума функции Лагранжа

$L(\bar{x}, \lambda) = u(\bar{x}) + \lambda(\bar{p} \bar{x} - I)$ — равенство нулю частных производных:

$$L'_i = u'_i + \lambda p_i = 0 \text{ для всех } i = \overline{1, n} \quad (4.5)$$

и

$$L'_\lambda = \bar{p}\bar{x} - I = 0.$$

Отсюда вытекает, что для всех i, j в точке \bar{x}^0 локального рыночного равновесия выполняется равенство

$$\frac{u'_i}{u'_j} = \frac{p_i}{p_j}, \quad (4.6)$$

которое получается после перенесения в правую часть вторых слагаемых в условиях (4.5) и деления i -го равенства на j -ое. Итак, в точке оптимума отношение предельных полезностей любых двух товаров равно отношению их рыночных цен. Равенство (4.6) можно переписать и в другой форме:

$$\frac{u'_i}{p_i} = \frac{u'_j}{p_j}.$$

Последнее означает, что дополнительная полезность, приходящая на дополнительную единицу денежных затрат, в точке оптимума одинакова по всем видам товаров. Если бы это было не так, то по крайней мере одну денежную единицу можно было бы перераспределить так, чтобы выросло благосостояние (значение функции полезности) потребителя. Если бы для

некоторых i, j имело бы место $\frac{u'_i}{p_i} > \frac{u'_j}{p_j}$, то некоторое количество денег можно

было бы перераспределить от i -го товара к j -му, увеличив уровень благосостояния.

8.4. Взаимозаменяемость товаров. Эффекты компенсации

Если функция спроса имеет вид $x_i = \frac{I}{np_i}$, то спрос на i -й товар не зависит от

цены на любой j -й товар. Вообще говоря, перекрестные функции спроса от цен характеризуют такие свойства товаров, как взаимозаменяемость и

взаимодополняемость. Если при росте цены и снижении спроса на i -й товар растет спрос на j -й товар — эти товары взаимозаменяемы. Наоборот, если спрос на j -й товар также падает, — они взаимодополняемы.

Заметим, что реальная взаимозаменяемость может искажаться общим снижением благосостояния при росте цены i -го товара: j -й товар может заменять i -й в потреблении, но спрос на него может не расти, поскольку снизилось общее благосостояние потребителя. Для снятия этого искажения используются понятие *компенсированного изменения цены*, то есть такого, которое сопровождается увеличением дохода потребителя, позволяющим ему поддерживать прежний уровень благосостояния.

Для формального анализа компенсационных эффектов рассмотрим две задачи.

Сначала решим задачу (4.1) – (4.3) с ценами товаров $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ и с

доходом потребителя $I = 60$. Тогда, согласно формуле (4.4), $x_1 = \frac{60}{2 \cdot 10} = 3$,

$$x_2 = \frac{60}{2 \cdot 2} = 15 \text{ и } u(x_1, x_2) = 45.$$

Пусть теперь p_2 меняется с 2 до 7. Каков необходимый размер компенсации?

Чтобы приобрести прежний оптимальный набор, потребителю необходимо дополнительно $(7 - 2) \cdot 15 = 75$ денежных единиц. Однако прежняя структура потребления не будет оптимальной при новых ценах, так как в этом случае

$$x_1 = \frac{60 + 75}{2 \cdot 10} = 6,75, \quad x_2 = \frac{60 + 75}{2 \cdot 7} \approx 9,64 \text{ и } u(x_1, x_2) \approx 65.$$

Пусть для поддержания прежнего уровня благосостояния потребитель получает дополнительно M денежных единиц. Тогда при новых ценах его спрос на

первый и второй товар будет равен соответственно $x_1 = \frac{60 + M}{2 \cdot 10}$ и

$x_2 = \frac{60 + M}{2 \cdot 7}$. Целевая функция $x_1 \cdot x_2$ будет равна $\frac{(60 + M)^2}{10 \cdot 7 \cdot 4}$, и это

выражение должно равняться начальному $u(x_1, x_2) = 45$. Отсюда $M \approx 52,25$, что существенно меньше, чем 75.

Теперь решим задачу (4.1) – (4.3) в более общем виде. Очевидно, что

$$x_i = \frac{I}{2p_i}; \quad \frac{\partial x_i}{\partial p_i} = -\frac{I}{2p_i^2}; \quad \frac{\partial x_i}{\partial I} = \frac{1}{2p_i}; \quad \frac{\partial x_i}{\partial p_j} = 0 \quad (i, j = \overline{1, 2}).$$

Пусть теперь цена p_1 выросла в z раз ($z > 1$), и при этом потребитель получает необходимую компенсацию. Новый размер дохода обозначим через I^* , а спроса — x_1^* и x_2^* .

Очевидно, что

$$x_1^* = \frac{I^*}{2zp_1}; \quad x_2^* = \frac{I^*}{2p_2},$$

а условие компенсации имеет вид

$$\frac{(I^*)^2}{4zp_1p_2} = \frac{I^2}{4p_1p_2},$$

откуда

$$I^* = \sqrt{z} \cdot I; \quad x_1^* = \frac{x_1}{\sqrt{z}}; \quad x_2^* = x_2 \sqrt{z}.$$

Итак, спрос на первый товар в случае с компенсацией сократится в \sqrt{z} раз (а не z раз, как без нее), а спрос на второй товар в \sqrt{z} раз вырастет. В случае роста цены второго товара ситуация будет полностью симметричной.

Таким образом, $\left(\frac{\partial x_i}{\partial p_j} \right)_{comp} > 0$ при $i = 1, j = 2$ или при $i = 2, j = 1$.

Индекс *comp* означает, что перекрестная частная производная спроса рассчитывается при необходимой для поддержания прежнего уровня благосостояния компенсации дохода. Условие компенсации снимает «эффект дохода», оставляя лишь «эффект замены», что позволяет более точно

определить понятие взаимозаменяемости и взаимодополняемости товаров и оценивать эти характеристики.

i -й и j -й товары называются *взаимозаменяемыми*, если $\left(\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right)_{comp} > 0$ и

$\left(\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right)_{comp} > 0$ (эти два условия равносильны), и *взаимодополняемыми*, если

$\left(\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right)_{comp} < 0$ и $\left(\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right)_{comp} < 0$.

Рассчитаем теперь эти частные производные для рассматриваемой задачи, когда p_1 растет в z раз. В этом случае приращения имеют вид

$$\Delta x_1 = \frac{x_1}{\sqrt{z}} - x_1; \Delta x_2 = x_2 \sqrt{z} - x_2; \Delta p_1 = zp_1 - p_1.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\right)_{comp} &= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{x_1(1 - \sqrt{z})}{p_1 \sqrt{z} \cdot (z - 1)} = \lim_{z \rightarrow 1} \left(-\frac{x_1}{p_1 \sqrt{z}(1 + \sqrt{z})} \right) = \\ &= -\frac{x_1}{2} p_1 = -\frac{I}{4p_1^2}, \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial x_2}{\partial p_1}\right)_{comp} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{x_2(\sqrt{z} - 1)}{p_1 \sqrt{z} \cdot (z - 1)} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{x_2}{p_1 \sqrt{z}(\sqrt{z} + 1)} = \frac{x_2}{2p_2} = \frac{I}{4p_1 p_2}.$$

Последняя величина положительна, что свидетельствует о взаимозаменяемости товаров в рассматриваемой задаче.

Контрольные вопросы:

1. Система измерений применяемые в эконометрике ?
2. Экономико-математическая модель-это...?
3. Какие основные типы эконометрических моделей вы знаете ?

4. Идентификация модели-это...?
5. Что такое взаимозаменяемость товаров ?
6. Какие элементы включает в себя процесс моделирования ?

9-ТЕМА

ПРИМЕНЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

ПЛАН:

9.1. Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов

9.2. Включение в модель регрессии фактора времени

9.3. Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках

Ключевые слова и понятия: Автокорреляция, Корреляционно-регрессионного анализа, Методы исключения тенденций, Критерий Дарбина – Уотсона, Оценки a и b параметров, Методы исключения тенденций, Коэффициент ковариации, Уравнение регрессии.

9.1. Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов

Изучение причинно-следственных зависимостей переменных, представленных в форме временных рядов, является одной из самых сложных задач эконометрического моделирования. Применение в этих целях традиционных методов корреляционно-регрессионного анализа, может привести к ряду серьезных проблем, возникающих как на этапе построения, так и на этапе анализа эконометрических моделей. В первую очередь эти проблемы связаны со спецификой временных рядов как источника данных в эконометрическом моделировании. В главе 5 было показано, что каждый уровень временного ряда содержит три основные компоненты: тенденцию, циклические или сезонные колебания и случайную компоненту. Рассмотрим подробнее, каким образом наличие этих компонент сказывается на результатах корреляционно-регрессионного анализа временных рядов данных.

Предварительный этап такого анализа заключается в выявлении структуры изучаемых временных рядов. Если на этом этапе было выявлено, что временные ряды содержат сезонные или циклические колебания, то перед проведением дальнейшего исследования взаимосвязи необходимо устранить сезонную или циклическую компоненту из уровней каждого ряда, поскольку ее наличие приведет к завышению истинных показателей силы и тесноты связи изучаемых временных рядов в случае, если оба ряда содержат циклические колебания одинаковой периодичности, либо к занижению этих показателей в случае, если сезонные или циклические колебания содержат только один из рядов или периодичность колебаний в рассматриваемых временных рядах различна.

Устранение сезонной компоненты из уровней временных рядов можно проводить в соответствии с методикой построения аддитивной и мультипликативной моделей, рассмотренной в п. 5.4. При дальнейшем изложении методов анализа взаимосвязей в этой главе мы примем предположение, что изучаемые временные ряды не содержат периодических колебаний. Предположим, изучается зависимость между рядами x и y . Для количественной характеристики этой зависимости используется линейный коэффициент корреляции. Если рассматриваемые временные ряды имеют тенденцию, коэффициент корреляции по абсолютной величине будет высоким (положительным в случае совпадения и отрицательным в случае противоположной направленности тенденций рядов x и y). Однако из этого еще нельзя делать вывод о том, что x причина y или наоборот. Высокий коэффициент корреляции в данном случае есть результат того, что x и y зависят от времени, или содержат тенденцию. При этом одинаковую или противоположную тенденцию могут иметь ряды, совершенно не связанные друг с другом причинно-следственной зависимостью. Это, естественно, не означает, что увеличение количества домов отдыха способствует росту числа

выпускников вузов или увеличение числа последних стимулирует спрос на дома отдыха.

Для того чтобы получить коэффициенты корреляции, характеризующие причинно-следственную связь между изучаемыми рядами, следует избавиться от так называемой ложной корреляции, вызванной наличием тенденции в каждом ряде. Обычно это осуществляют с помощью одного из методов исключения тенденции, которые будут рассмотрены в п. 6.2.

Предположим, что по двум временным рядам x , и y , строится уравнение парной линейной регрессии вида

$$y_t = a + b \cdot x_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Наличие тенденции в каждом из этих временных рядов означает, что на зависимую y , и независимую x , переменные модели оказывает воздействие фактор времени, который непосредственно в модели не учтен. Влияние фактора времени будет выражено в корреляционной зависимости между значениями остатков ε , за текущий и предыдущие моменты времени, которая получила название «автокорреляция в остатках».

Автокорреляция в остатках есть нарушение одной из основных предпосылок МНК - предпосылки о случайности остатков, полученных по уравнению регрессии. Один из возможных путей решения этой проблемы состоит в применении к оценке параметров модели обобщенного МНК. При построении уравнения множественной регрессии по временным рядам данных, помимо двух вышеназванных проблем, возникает также проблема мультиколлинеарности факторов, входящих в уравнение регрессии, в случае если эти факторы содержат тенденцию.

Методы исключения тенденций. Сущность всех методов исключения тенденции заключается в том, чтобы устранить или зафиксировать воздействие

фактора времени на формирование уровней ряда. Основные методы исключения тенденции можно разделить на две группы:

- методы, основанные на преобразовании уровней исходного ряда в новые переменные, не содержащие тенденции. Полученные переменные используются далее для анализа взаимосвязи изучаемых временных рядов. Эти методы предполагают непосредственное устранение трендовой компоненты T из каждого уровня временного ряда. Два основных метода в данной группе - это метод последовательных разностей и метод отклонений от трендов;

- методы, основанные на изучении взаимосвязи исходных уровней временных рядов при элиминировании воздействия фактора времени на зависимую и независимые переменные модели. В первую очередь это метод включения в модель регрессии по временным рядам фактора времени.

Рассмотрим подробнее методику применения, преимущества и недостатки каждого из перечисленных выше методов.

Метод отклонений от тренда

Пусть имеются два временных ряда x , и y , каждый из которых содержит трендовую компоненту T и случайную компоненту e . Проведение аналитического выравнивания по каждому из этих рядов позволяет найти параметры соответствующих уравнений трендов и определить расчетные по тренду уровни x , и y , соответственно. Эти расчетные значения можно принять за оценку трендовой компоненты T каждого ряда. Поэтому влияние тенденции можно устранить путем вычитания расчетных значений уровней ряда из фактических. Эту процедуру проделывают для каждого временного ряда в модели. Дальнейший анализ взаимосвязи рядов проводят с использованием не исходных уровней, а отклонений от тренда $x_t - St$, и $y_t - y_t$, при условии, что последние не содержат тенденции.

Пример 1. Измерение взаимосвязи расходов на конечное потребление и совокупного дохода.

Вернемся к примеру 1. Пусть помимо расходов на конечное потребление имеются данные о совокупном доходе (д. е). Исходные данные за 8 лет представлены в табл. 1. Требуется охарактеризовать тесноту и силу связи между временными рядами совокупного дохода x_t и расходов на конечное потребление y_t

Таблица 1

Расходы на конечное потребление и совокупный доход (усл. ед.)

Год	1	2	3	4	5	6	7	8
Расходы на конечное потребление, y_t	7	8	8	10	11	12	14	16
Совокупный доход, x_t	10	12	11	12	14	15	17	20

Корреляционно-регрессионный анализ, проведенный по исходным данным рядов, приводит к следующим результатам:

Уравнение регрессии $\hat{y}_t = -2,05 + 0,92 \cdot x_t,$

Коэффициент корреляции $r_{xy} = 0,982,$

Коэффициент ковариации $r_{xy}^2 = 0,965.$

Как было показано в примере 1, коэффициент автокорреляции первого порядка по ряду расходов на конечное потребление $r\} = 0,976$. Аналогично можно рассчитать, что коэффициент автокорреляции первого порядка временного ряда совокупного дохода $r^* = 0,880$. Можно предположить, что полученные результаты содержат ложную корреляцию ввиду наличия в каждом из рядов линейной или близкой к линейной тенденции. Применим метод устранения тенденции по отклонениям от тренда. Результаты расчета линейных трендов по каждому из рядов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета параметров линейных трендов расходов на конечное потребление и совокупного дохода

Показатели	Расходы на конечное потребление	Совокупный доход

константа	5,071428	8,035714
Коэффициент регрессии	1,261904	1,297619
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0.101946	0,179889
R-квадрат	0,962315	0,896611
Число наблюдений	8	8
Число степеней свободы	6	6

трендам $\hat{y}_t = 5,07 + 1,26 \cdot t$ и $\hat{x}_t = 8,04 + 1,3 \cdot t$ определим расчетные значения \hat{y}_t и \hat{x}_t , и отклонения от трендов $y_t - \hat{y}_t$, и $x_t - \hat{x}_t$, (табл. 3).

Таблица 3

t , вквт	y_t	x_t	\hat{y}_t	\hat{x}_t	$y_t - \hat{y}_t$	$x_t - \hat{x}_t$
1	7	10	6,33	9,34	0,67	0,66
2	8	12	7,59	10,64	0,41	1,36
3	8	11	8,85	11,94	-0,85	-0,94
4	10	12	10,11	13,24	-0,11	-1,24
5	11	14	11,37	14,54	-0,37	-0,54
6	12	15	12,63	15,84	-0,63	-0,84
7	14	17	13,89	17,14	0,11	-0,14
8	16	20	15,15	18,44	0,85	1,56

Проверим полученные отклонения от трендов на автокорреляцию. Коэффициенты автокорреляции первого порядка по отклонениям от трендов составляют:

$$r_1^{\Delta x_t} = 0,254, \quad r_1^{\Delta y_t} = 0,129.$$

Следовательно, временные ряды отклонений от трендов можно использовать для получения количественной характеристики тесноты связи исходных временных рядов расходов на конечное потребление и общего дохода. Коэффициент корреляции по отклонениям от трендов $r_{\Delta x \Delta y} = 0,860$ (сравните это значение с коэффициентом корреляции по исходным уровням

рядов $r_{xy} = 0,982$). Связь между расходами на конечное потребление и совокупным доходом прямая и тесная.

Результаты построения модели регрессии по отклонениям от трендов следующие:

Константа	0,017313
Коэффициент регрессии	0,487553
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,117946
R-квадрат	0,740116
Число наблюдений	8
Число степеней свободы	6

Содержательная интерпретация параметров этой модели затруднительна, однако ее можно использовать для прогнозирования. Для этого необходимо определить трендовое значение факторного признака \hat{x}_t (и с помощью одного из методов оценить величину предполагаемого отклонения фактического значения от трендового. Далее по уравнению тренда для результативного признака определяют трендовое значение \hat{x}_t , а по уравнению регрессии по отклонениям от трендов находят величину отклонения $y_t - \hat{y}_t$. Затем находят точечный прогноз фактического значения y , по формуле

$$y_t - \hat{y}_t$$

Метод последовательных разностей. В ряде случаев вместо аналитического выравнивания временного ряда с целью устранения тенденции можно применить более простой метод - метод последовательных разностей.

Если временной ряд содержит ярко выраженную линейную тенденцию, ее можно устранить путем замены исходных уровней ряда цепными абсолютными приростами (первыми разностями).

Пусть

$$y_t = \hat{y}_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

где ε_t — случайная ошибка;

$$\hat{y}_t = a + b \cdot t \quad (3)$$

Тогда

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = a + b \cdot t + \varepsilon_t - (a + b \cdot (t-1) + \varepsilon_{t-1}) = b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \quad (4)$$

Коэффициент b — константа, которая не зависит от времени. При наличии сильной линейной тенденции остатки ε , достаточно малы и в соответствии с предпосылками МНК носят случайный характер. Поэтому первые разности уровней ряда D , не зависят от переменной времени, их можно использовать для дальнейшего анализа.

Если временной ряд содержит тенденцию в форме параболы второго порядка, то для ее устранения можно заменить исходные уровни ряда на вторые разности.

Пусть имеет место соотношение (2), однако

$$\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 \quad (5)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta_t = y_t - y_{t-1} &= a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \varepsilon_t - (a + b_1 \cdot (t-1) + b_2 \cdot (t-1)^2 + \varepsilon_{t-1}) = \\ &= b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

Как показывает это соотношение, первые разности Δ_t , непосредственно зависят от фактора времени (t) и, следовательно, содержат тенденцию.

Определим вторые разности:

$$\begin{aligned} \Delta_t^2 = \Delta_t - \Delta_{t-1} &= b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) - \\ &- (b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot (t-1) + (\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-2})) = \\ &= 2 \cdot b_2 + (\varepsilon_t - 2 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}) \end{aligned} \quad (7)$$

Очевидно, что вторые разности Δ_2 , не содержат тенденции, поэтому при наличии в исходных уровнях тренда в форме параболы второго порядка их можно использовать для дальнейшего анализа. Если тенденции временного ряда соответствует экспоненциальный или степенной тренд, метод последовательных разностей следует применять не к исходным уровням ряда, а к их логарифмам.

Пример 2. Изучение зависимости расходов на конечное потребление от совокупного дохода по первым разностям.

Обратимся вновь к данным о расходах на конечное потребление y , и совокупном доходе x , (табл. 1). Проанализируем зависимость между этими рядами, используя для этого первые разности (табл. 4)

Первые разности временных рядов расходов на конечное потребление и совокупного дохода

t	y_t	x_t	$\Delta_t y$	$\Delta_t x$
1	7	10	-	-
2	8	12	1	2
3	8	11	0	-1
4	10	12	2	1
5	11	14	1	2
6	12	15	1	1
7	14	17	2	2
8	16	20	2	3
Коэффициенты автокорреляции первого порядка			-0,109	-0,156

Результаты проверки временных рядов первых разностей на автокорреляцию приведены в последней строке табл. 4. Поскольку полученные ряды не содержат автокорреляции, будем использовать их вместо исходных данных для измерения зависимости между расходами на конечное потребление и совокупным доходом. Коэффициент корреляции этих рядов по первым разностям составляет $r_{\Delta_t x, \Delta_t y} = 0,717$. Это подтверждает вывод о наличии тесной прямой связи между расходами на конечное потребление и совокупным доходом, приведенный в примере 6.1.

Построение уравнения регрессии зависимости расходов на конечное потребление от совокупного дохода по первыми разностям привело к следующим результатам:

Константа	0,676471
Коэффициент регрессии	0,426471

Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,184967
R-квадрат	0,515219
Число наблюдений	7
Число степеней свободы	5

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{\Delta}_t y = 0,68 + 0,43 \cdot \Delta_t x; \quad R^2 = 0,515.$$

В отличие от уравнения регрессии по отклонениям от тренда, параметрам данного уравнения легко дать интерпретацию. При изменении прироста дохода на 1 д. е. прирост потребления изменяется в среднем на 0,43 д. е. в ту же сторону. При всей 270 своей простоте метод последовательных разностей имеет два существенных недостатка. Во-первых, его применение связано с сокращением числа пар наблюдений, по которым строится уравнение регрессии, и, следовательно, с потерей числа степеней свободы. Во-вторых, использование вместо исходных уровней временных рядов их приростов или ускорений приводит к потере информации, содержащейся в исходных данных

9.2. Включение в модель регрессии фактора времени

В корреляционно-регрессионном анализе устранить воздействие какого-либо фактора можно, если зафиксировать воздействие этого фактора на результат и другие включенные в модель факторы. Этот прием широко используется в анализе временных рядов, когда тенденция фиксируется через включение фактора времени в модель в качестве независимой переменной.

Модель вида

$$y_t = a + b_1 \cdot x_t + b_2 \cdot t + \varepsilon_t \quad (8)$$

относится к группе моделей, включающих фактор времени. Очевидно, что число независимых переменных в такой модели может быть больше единицы. Кроме того, это могут быть не только текущие, но и лаговые значения

независимой переменной, а также лаговые значения результативной переменной.

Преимущество данной модели по сравнению с методами отклонений от трендов и последовательных разностей в том, что она позволяет учесть всю информацию, содержащуюся в исходных данных, поскольку значения y_t и x_t есть уровни исходных временных рядов. Кроме того, модель строится по всей совокупности данных за рассматриваемый период в отличие от метода последовательных разностей, который приводит к потере числа наблюдений. Параметры a и b модели с включением фактора времени определяются обычным МНК. Расчет и интерпретацию параметров покажем на примере.

Пример 3. Построение модели регрессии с включением фактора времени.

Вернемся к данным табл. 1. Построим уравнение регрессии, описывающее зависимость расходов на конечное потребление x_t от совокупного дохода y_t и фактора времени. Для расчета параметров уравнения регрессии (8) воспользуемся обычным МНК. Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} n \cdot a + b_1 \cdot \sum x_t + b_2 \cdot \sum t = \sum y_t, \\ a \cdot \sum x_t + b_1 \cdot \sum x_t^2 + b_2 \cdot \sum t \cdot x_t = \sum x_t \cdot y_t, \\ a \cdot \sum t + b_1 \cdot \sum t \cdot x_t + b_2 \cdot \sum x_t^2 = \sum t \cdot y_t \end{cases} \quad (9)$$

Рассчитав по исходным данным необходимые величины, получим:

$$\begin{cases} 8 \cdot a + 111 \cdot b_1 + 36 \cdot b_2 = 86, \\ 111a + 1619 \cdot b_1 + 554 \cdot b_2 = 1266, \\ 36 \cdot a + 554 \cdot b_1 + 204 \cdot b_2 = 440 \end{cases}$$

Решив эту систему относительно a , b_1 и b_2 , находим: $a = 1,15$; $b_x = 0,49$; $b_2 = 0,63$. Следовательно, уравнение регрессии имеет вид:

$$y_t = 1,15 + 0,49 \cdot x_t + 0,63 \cdot t + \varepsilon_t$$

Интерпретация параметров этого уравнения следующая. Параметр $b_x = 0,49$ характеризует, что при увеличении совокупного дохода на 1 д. е. расходы на конечное потребление возрастут в среднем на 0,49 д. е. в условиях существования неизменной тенденции. Параметр $b_2 = 0,63$ означает, что

воздействие всех факторов, кроме совокупного дохода, на расходы на конечное потребление приведет к его среднегодовому абсолютному приросту на 0,63 д. е.

9.3.Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках

Обратимся вновь к уравнению регрессии (1). Примем некоторые допущения относительно этого уравнения:

- пусть y_t и x_t , не содержат тенденции, например, представляют собой отклонения выровненных по трендам значений от исходных уровней временных рядов;

- пусть оценки a и b параметров уравнения регрессии найдены обычным МНК;

- пусть критерий Дарбина - Уотсона показал наличие автокорреляции в остатках первого порядка.

Чтобы понять, каковы последствия автокорреляции в остатках для оценок параметров модели регрессии, найденных обычным МНК, построим формальную модель, описывающую автокорреляцию в остатках. Автокорреляция в остатках первого порядка предполагает, что каждый следующий уровень остатков e_t , зависит от предыдущего уровня e_{t-1} . Следовательно, существует модель регрессии вида

$$\varepsilon_t = c + d \cdot \varepsilon_{t-1} + u_t$$

где c и d - параметры уравнения регрессии.

В соответствии с рабочими формулами МНК имеем

$$\varepsilon_t = \overline{\varepsilon_t} - d \cdot \overline{\varepsilon_{t-1}}; \quad d = \frac{\overline{\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}} - \overline{\varepsilon_t} \cdot \overline{\varepsilon_{t-1}}}{\overline{\varepsilon_{t-1}^2} - \overline{\varepsilon_{t-1}}^2} \quad (24)$$

С учетом соотношений (16) и (17) получим:

$$c = 0; \quad d = \frac{\overline{\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}}{\overline{\varepsilon_{t-1}^2}} = \frac{\sum_{t=2}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=2}^n \varepsilon_{t-1}^2} \approx r_1^\varepsilon \quad (25)$$

Таким образом, имеем:

$$\varepsilon_t = r_1^\varepsilon \cdot \varepsilon_{t-1} + u_t \quad (26)$$

где u_t - случайная ошибка.

Заметим, что $|r_1^\varepsilon| < 1$

Учитывая соотношение (26), уравнение (1) можно переписать в виде

$$\varepsilon_t = c + d \cdot \varepsilon_{t-1} + u_t$$

Найденные соотношения показывают, что текущий уровень ряда y_t , зависит не только от факторной переменной но и от остатков предшествующего периода ε_{t-1} .

Допустим, мы не принимаем во внимание эту информацию и определяем оценки параметров a и b уравнения (1) обычным МНК. Тогда можно показать, что полученные оценки неэффективны, т. е. они не имеют минимальную дисперсию. Это приводит к увеличению стандартных ошибок, снижению фактических значений t -критерия и широким доверительным интервалам для коэффициента регрессии. На основе таких результатов можно сделать ошибочный вывод о незначимом влиянии исследуемого фактора на результат, в то время как на самом деле его влияние статистически значимо.

Отметим, что при соблюдении прочих предпосылок МНК автокорреляция остатков не влияет на свойства состоятельности и несмещенности оценок параметров уравнения регрессии обычным МНК, за исключением моделей авторегрессии. Применение МНК к моделям авторегрессии ведет к получению смещенных, несостоятельных и неэффективных оценок.

Рассмотрим основной подход к оценке параметров модели регрессии в случае, когда имеет место автокорреляция остатков. Для этого вновь обратимся к исходной модели (1). Для момента времени $t-1$ эта модель примет вид:

$$y_{t-1} = a + b \cdot x_{t-1} + \varepsilon_{t-1}$$

Умножим обе части уравнения (28) на r_1^ε

$$r_1^\varepsilon \cdot y_{t-1} = r_1^\varepsilon \cdot a + r_1^\varepsilon \cdot b \cdot x_{t-1} + r_1^\varepsilon \cdot \varepsilon_{t-1}$$

Вычтем почленно из уравнения (1) уравнение (29):

$$y_t - r_1^\varepsilon \cdot y_{t-1} = a - r_1^\varepsilon \cdot a + b \cdot x_t - r_1^\varepsilon \cdot b \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t - r_1^\varepsilon \cdot \varepsilon_{t-1} \quad (30)$$

Проведя тождественные преобразования в (30), имеем:

$$y_t - r_1^\varepsilon \cdot y_{t-1} = a \cdot (1 - r_1^\varepsilon) + b \cdot (x_t - r_1^\varepsilon \cdot x_{t-1}) + \varepsilon_t - r_1^\varepsilon \cdot \varepsilon_{t-1} \quad (31)$$

Или

$$y'_t = a' + b \cdot x'_t + u_t$$

В формуле (32)

$$y'_t = y_t - r_1^\varepsilon \cdot y_{t-1}$$

$$x'_t = x_t - r_1^\varepsilon \cdot x_{t-1}$$

$$u_t = \varepsilon_t - r_1^\varepsilon \cdot \varepsilon_{t-1}$$

$$a' = a \cdot (1 - r_1^\varepsilon)$$

Поскольку u_t — случайная ошибка, то для оценки параметров уравнения (6.32) можно применять обычный МНК.

Итак, если остатки по исходному уравнению регрессии содержат автокорреляцию, то для оценки параметров уравнения используют обобщенный МНК. Для его реализации необходимо выполнять следующие условия.

1. Преобразовать исходные переменные y_{t-1} и x_{t-1} к виду (33) и (34).
2. Применив обычный МНК к уравнению (32), определить оценки параметров a' и b .
3. Рассчитать параметр a исходного уравнения из соотношения (36) как

$$a = a' / (1 - r_1^\varepsilon) \quad (37)$$

4. Выписать исходное уравнение (1).

Обобщенный метод наименьших квадратов аналогичен методу последовательных разностей. Однако мы вычитаем из y_t (или x_{t-1}) не все значение предыдущего уровня y_{t-1} (или x_{t-1}), а некоторую его долю - $r_1^\varepsilon \cdot y_{t-1}$ или $r_1^\varepsilon \cdot x_{t-1}$. Если $r_1^\varepsilon = 1$ данный метод есть просто метод первых разностей, так как

$$y'_t = y_t - y_{t-1} \quad (38)$$

и

$$x'_t = x_t - x_{t-1} \quad (39)$$

Поэтому в случае, если значение критерия Дарбина - Уотсона близко к нулю, применение метода первых разностей вполне обоснованно. Если $r_1^\varepsilon = -1$ т. е. в остатках наблюдается полная отрицательная автокорреляция, то изложенный выше метод модифицируется следующим образом:

$$y'_t = y_t - (-1) \cdot y_{t-1} = y_t + y_{t-1} \quad (40)$$

Аналогично

$$x'_t = x_t - (-1) \cdot x_{t-1} = x_t + x_{t-1} \quad (41)$$

Поскольку

$$a' = a \cdot (1 - r_1^\varepsilon) = 2 \cdot a \quad (42)$$

имеем:

$$y_t + y_{t+1} = 2 \cdot a + b \cdot (x_t + x_{t-1}) + u_t \quad (43)$$

Следовательно:

$$(y_t + y_{t+1}) / 2 = a + b \cdot (x_t + x_{t-1}) / 2 + u_t / 2 \quad (43)$$

В сущности, в модели (44) мы определяем средние за два периода уровни каждого ряда, а затем по полученным усредненным уровням обычным МНК рассчитываем параметры а и б. Данная модель называется моделью регрессии по скользящим средним.

Основная проблема, связанная с применением данного метода, заключается в том, как получить оценку r_1^2 . Существует множество способов оценить численное значение коэффициента автокорреляции остатков первого порядка. Однако основными способами являются оценка этого коэффициента непосредственно по остаткам, полученным по исходному уравнению регрессии, и получение его приближенного значения из соотношения между коэффициентом автокорреляции остатков первого порядка и критерием Дарбина - Уотсона: $r_1^2 = 1 - d / 2$

Контрольные вопросы:

1. Эконометрические методы решения вопросов оптимизации в экономике это ...?
2. Какими методами пользуется для оценки параметров b в создании регрессии b a ?
3. Расскажите про оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках?
4. Какая статистика применяется для определения наличия автокорреляции?
5. Коэффициент корреляции рангов Спирмена можно применить для оценки тесноты связи между...?

Учебные Материалы Практических Занятий

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЕ

1-ТЕМА. ПРЕДМЕТ, МЕТОД, ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ

Эконометрика, результат определенного взгляда на роль экономики, состоит в применении математической статистики в экономических данных кредитовать эмпирическую поддержку моделей, построенных по математической экономике и получить численные результаты.

... эконометрика может быть определена как количественный анализ реальных экономических явлений на основе параллельного развития теории и наблюдений, связанных с соответствующими методами логического вывода.

Эконометрика может быть определена как социальная наука, в которой инструменты экономической теории, математики и статистические выводы применяются к анализу экономических явлений.

Изучение вводного курса статистики является обязательным условием для любого серьезного курса эконометрики. И вот почему. Курс эконометрики преследует две цели. Во-первых, необходимо показать, как различные количественные методы могут быть использованы для моделирования статистических данных. Это относительно просто. Вторая цель — выработать понимание статистических свойств этих методов, а также того, почему они работают в одних случаях, но не работают в других.

Вводный курс статистики обычно востребован в различных дисциплинах. По этой причине некоторые его темы не имеют большого значения для эко-

нометрики. За исключением глав, посвященных выборкам, оценкам и гипотезам, другие главы, которые имеют отношение к курсам бизнеса или психологии, во многом расходятся с тематикой эконометрики. Далее перечислен список тем из теории статистики, которые нужно знать для изучения эконометрики.

Описательная статистика. Распределения частот и графическое представление, включая гистограммы (но не в виде деревьев); линейные графики; меры положения и вариации (среднее значение, медиана, мода, дисперсия и стандартное отклонение).

Этот обычный материал не должен вызывать затруднения.

Вероятность. Пространство событий, относительная частота, понятие вероятности; предельная и условная вероятности. Для наших целей простого понимания этих явлений будет достаточно.

Теорему Байеса знать не обязательно. *учайные переменные, распределения вероятностей и ожидания.* Этот материал требует внимания. Тем не менее, нет смысла изучать все статистические распределения, которые интересны статистикам. Вам нужно понимать свойства нормального распределения, а также биномиального распределения. Остальные распределения знать не обязательно.

Выборки. Достаточно знания простой случайной выборки. Вам не следует тратить время на стратификацию или кластеры, хотя вы наверняка встречались с этими темами, если проводили опросы. Вы не обязаны знать о выборках без замещения.

Оценки. Понимание разницы между способом оценивания и оценкой имеет большое значение. Вы обязаны знать о несмещенности, дисперсии и оценивании дисперсии.

Статистический вывод. Вы обязательно должны глубоко понимать смысл статистических выводов. Вам нужно знать разницу между ошибками первого рода и второго рода, понимать, что такое уровень значимости теста, а также логику использования одностороннего или двустороннего теста. Вы должны уметь проводить t - и F -тесты, но знать математические формулы t - и F -распределений необязательно. Вам должны быть известны доверительные интервалы. Обязательно уметь применять все эти понятия для проверки гипотез. Необязательно тратить время на проверку гипотез, относящихся к разностям средних значений выборок, или гипотез, относящихся к выборочным пропорциям.

Дисперсионный анализ. Желательно знать эту тему, но это не самое важное.

Экономическая теория делает заявления или гипотезы, которые в основном качественный характер. Например, микроэкономическая теория утверждает, что, при прочих неизменных, снижение цены товара, как ожидается, увеличит требуемое количество этого товара. Таким образом, экономическая теория постулирует отрицательная или обратная зависимость между ценой и количеством требуемой от товара. Но сама теория не дает числовую меру соотношения между ними; то есть, она не говорит, сколько количество будет идти вверх или вниз в результате определенного изменения цены товара. Это работа эконометриста обеспечить такие численные оценки. Иными словами, эконометрика дает эмпирическое содержание к большей экономической теории.

Основной задачей математической экономики является выражение экономической теории в математической форме (уравнений) без учета измеримость или эмпирической проверки теории. Эконометрика, как уже

отмечалось ранее, в основном заинтересованы в эмпирической проверке экономической теории. Как мы увидим, эконометрист часто использует математические уравнения, предложенные математического экономиста, но ставит эти уравнения в такой форме, что они поддаются эмпирической проверке. И это преобразование математических уравнений в эконометрических требует большой изобретательности и практических навыков.

Экономическая статистика в основном касается сбора, обработки и представления экономических данных в виде графиков и таблиц. Это рабочие места экономической статистике. Это он или она, кто в первую очередь отвечает за сбор данных о валовом национальном продукте (ВНП), занятость, безработица, цены, и так далее. Данные, собранные таким образом составляют исходные данные для эконометрической работы. Но экономический статистик не идти дальше, не будучи связаны с использованием собранных данных для проверки экономических теорий.

В эконометрики модельер часто сталкивается с наблюдательными в отличие от экспериментальных данных. Это имеет два важных последствия для эмпирического моделирования в эконометрики. Во-первых, моделист требуется освоить самые разные навыки, чем те, которые необходимы для анализа экспериментальных данных. , , Во-вторых, разделение коллектора данных и аналитику данных требует модельер для ознакомления / себя полностью с природой и структурой данных о которых идет речь.

Контрольные вопросы

1. Что означает термин «статистика» и каково его происхождение?
2. Перечислите факторы, способствующие появлению статистики как науки.
3. Что отличает статистику от других общественных наук?
4. Как можно определить предмет статистики?
5. Перечислите основные понятия, которыми оперирует статистика.

6. В чем заключается специфика статистической методологии?
7. С чем связано возрастание роли статистических исследований?
8. Определите задачи и цели статистической науки.
9. Перечислите виды статистических признаков.
10. Развитие статистической науки в Республике Узбекистан.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЕ

2-ТЕМА ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К НИМ

1. Назовите основные факторные признаки, определяющие вариацию успеваемости студентов.
2. Какие показатели можно рассчитать по следующим данным:

Наименование предприятия	Число рабочих чел.			Годовой фонд заработной платы, млн. сум.	Выпуск холодильников, млн. шт.
	всего	мужчин	женщин		
Завод холодильников №1	15000	3100	3200	11,3	300
Завод холодильников №2	21000	5000	7500	24,9	600

3. К каким видам следует отнести следующие признаки: а) вес новорожденного; б) размер посевной площади фермерского хозяйства; в) уровень образования; г) национальность; д) продолжительность жизни мужчин; е) состояние в браке?
4. По каким признакам можно разбить на однородные группы города Узбекистана?
5. Найдите в номерах журнала «Экономическое обозрение» за последние годы и выпишите статистические данные по нескольким качественным и количественным признакам.
6. Из того же журнала выпишите данные по нескольким дискретным и непрерывным количественным признакам.
7. По данным статистических справочников отыщите и выпишите данные, характеризующие структуру населения Узбекистана по возрасту.

8. Из статистических ежегодников Узбекистана выпишите данные, характеризующие динамику за 2000-2010г.: а) населения; б) объема ВВП; в) выдачи кредитов коммерческими банками; г) объема иностранных инвестиций.
9. Какими количественными и атрибутивными признаками можно охарактеризовать совокупность студентов ВУЗа?
10. Назовите варьирующие и неварьирующие признаки, характеризующие людей, коммерческие банки, автомобильный транспорт.
11. Каким путем можно установить закономерное соотношение между числом рождающихся мальчиков и девочек?
12. Назовите, что изучает экономическая статистика. Какие отрасли экономической статистики вы знаете?
13. Приведите примеры статистических показателей по качественным и количественным признакам, а также прерывным и непрерывным количественным признакам. Для этой цели используйте статистические ежегодники и Интернет-материалы.

Тестовые и контрольные вопросы

Тесты

1. Какой ученый в XVII ввел в обиход термин статистика?
А) А. Смит;
Б) Жан Жак Руссо;
В) Г. Ахенваль;
Г) нет правильного ответа.
2. Первой статистической публикацией является...
А) «Книга чисел» в Ветхом Завете;

- Б) «Статистический анализ»;
- В) «Статистическая информация»;
- Г) «Статистика-наука об экономике».

3. Слово статистика первоначально употреблялось в значении...

- А) политическое состояние;
- Б) положение данных;
- В) состояние информации;
- Г) положение информации.

4. Предметом изучения статистической науки являются...

- А) информация о явлениях;
- Б) данные для обработки;
- В) массовые социально-экономические явления;
- Г) нет правильного ответа.

5. Основные статистические категории...

- А) статистическая совокупность, единица совокупности, данные о явлениях;
- Б) статистическая отчетность, статистический закон, статистическая закономерность;
- В) статистическая совокупность, единица совокупности, вариация, статистический показатель;
- Г) нет правильного ответа.

6. Приемы исследования социально-экономических масс являются

- А) статистический анализ, статистическое наблюдение, статистический сбор;
- Б) статистическая группировка, статистический выбор, статистический анализ;

В) статистическое наблюдение, статистический анализ, сводки и группировки статистических данных;

Г) нет правильного ответа.

7. Каковы основополагающие документы государственной статистики?

А) Закон Республики Узбекистан «О государственной статистике», Указ Президента РУз от 24.12.2002;

Б) Закон Республики Узбекистан «О государственной статистике», Постановление Кабинета Министров РУз от 08.01.2003;

В) Постановление Президента РУз «О совершенствовании системы отчетности, представляемой субъектами предпринимательства и усиление ответственности за ее незаконное истребование»;

Г) правильные ответы Б,В.

8. Основные принципы государственной статистики...

А) достоверность, актуальность, стабильность;

Б) беспристрастность, объективность, открытость;

В) исключение вмешательства, сопоставимость, прозрачность;

Г) все ответы верны.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

3-ТЕМА. ПАРНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Методические указания решение задач

Пример 1

По семи территориям района страны за 2010 г. известны значения двух признаков (табл. 1).

Таблица 1

Район	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %, y	Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., x
1	68,8	45,1
2	61,2	59,0
3	59,9	57,2
4	56,7	61,8
5	55,0	58,8
6	54,3	47,2
7	49,3	55,2

Требуется:

- Для характеристики зависимости y от x рассчитать параметры следующих функций:
 - линейной;
 - степенной;
 - показательной;
 - равносторонней гиперболы.
- Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации \bar{A} и F-критерий Фишера.

Решение

1а. Для расчета параметров a и b линейной регрессии $y = a + b x$ решаем систему нормальных уравнений относительно a и b :

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum x = \sum y, \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

По исходным данным рассчитываем $\sum y$, $\sum x$, $\sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$.

Таблица 2

	y	x	xy	x ²	y ²	\hat{y}_x
1	68,8	45,10	3102,88	2034,01	4733,44	61,3
2	61,2	59,00	3610,80	3481,00	3745,44	56,5
3	59,9	57,20	3426,28	3271,84	3588,01	57,1
4	56,7	61,80	3504,06	3819,24	3214,89	55,5
5	55,0	58,80	3234,00	3457,44	3025,00	56,5
6	54,3	47,20	2562,96	2227,84	2948,49	60,5
7	49,3	55,20	2721,36	3047,04	2430,49	57,8
Итого	405,2	384,30	22162,34	21338,41	23685,76	405,2
Среднее значение	57,89	54,90	3166,05	3048,34	3383,68	x
σ	5,74	5,86	x	x	x	x
σ^2	32,92	34,33	x	x	x	x

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} \approx -0,35,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 + 0,35 \cdot 54,9 \approx 76,88.$$

Уравнение регрессии: $\hat{y} = 76,89 - 0,35 \cdot x$. С увеличением среднедневной заработной платы на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,35 %-ных пункта.

Рассчитаем линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \cdot \frac{5,86}{5,74} = -0,357.$$

Связь умеренная, обратная.

Определим коэффициент детерминации:

$$r_{xy}^2 = (-0,35)^2 = 0,127.$$

Вариация результата на 12,7% объясняется вариацией факторах.

Подставляя в уравнение регрессии фактические значения x , определим теоретические (расчетные) значения \hat{y}_x . Найдем величину средней ошибки аппроксимации \bar{A} :

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \cdot 100\% = \frac{56,7 \cdot 100\%}{7} = 8,1\%.$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 8,1%.

Рассчитаем F-критерий:

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7,$$

поскольку $1 \leq F \leq \infty$, следует рассмотреть F^{-1} .

Полученное значение указывает на необходимость принять гипотезу H_0 о случайной природе выявленной зависимости и статистической незначимости параметров уравнения и показателя тесноты связи.

Построению степенной модели $y = a \cdot x^b$ предшествует процедура линеаризации переменных. В примере линеаризация производится путем логарифмирования обеих частей уравнения:

$$\lg y = \lg a + b \cdot \lg x; \quad \text{где } Y = \lg y, \quad X = \lg x, \quad C = \lg a.$$
$$Y = C + b \cdot X,$$

Для расчетов используем данные табл. 3.

Таблица 3

Рассчитаем C и b :

$$b = \frac{\bar{Y} \cdot \bar{X} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{\sigma_X^2} = \frac{3,0572 - 1,7605 \cdot 1,7370}{0,0484^2} \approx -0,298;$$

$$C = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 1,7605 + 0,298 \cdot 1,7370 = 2,278.$$

Получим линейное уравнение: $\hat{Y} = 2,278 - 0,298 \cdot X$. . Выполнив его потенцирование, получим: $\hat{y} = 10^{2,278} \cdot x^{-0,298} = 189,7 \cdot x^{-0,298}$

Подставляя в данное уравнение фактические значения x , получаем теоретические значения результата \hat{y}_x . По ним рассчитаем показатели: тесноты связи - индекс корреляции r_{xy} и среднюю ошибку аппроксимации \bar{A}_i :

$$r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,3758, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Характеристики степенной модели указывают, что она несколько лучше линейной функции описывает взаимосвязь.

1в. Построению уравнения показательной кривой $y = ab^x$ предшествует процедура линеаризации переменных при логарифмировании обеих частей уравнения:

$$\lg y = \lg a + \lg b^x; \quad \text{где } Y = \lg y, C = \lg a, B = \lg b.$$
$$Y = C + B \cdot x,$$

Для расчетов используем данные табл. 4.

Таблица 4

Значения параметров регрессии A и B составили:

$$B = \frac{\bar{Y} \cdot \bar{x} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{96,5711 - 1,7605 \cdot 54,9}{5,86^2} \approx -0,0023,$$

$$A = \bar{Y} - B \cdot \bar{x} = 1,7605 + 0,0023 \cdot 54,9 = 1,887.$$

Получено линейное уравнение:

$$F_{\text{факт}} = \frac{p_{yx}^2}{1 - p_{yx}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,1555}{0,8445} = 0,92, \quad \bar{Y} = 1,887 - 0,0023 \cdot x.$$

где $F_{\text{табл}} = 6,6 > F_{\text{факт}}$, $\alpha = 0,05$.

Произведем потенцирование полученного уравнения и запишем его в обычной форме:

$$\hat{y} = 10^{1,887} \cdot 10^{-0,0023 \cdot x} = 77,1 \cdot 0,9947^x$$

Тесноту связи оценим через индекс корреляции r_{xy} :

$$r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,3589.$$

Связь умеренная.

$A = 8,0\%$, что говорит о повышенной ошибке аппроксимации, но в допустимых пределах. Показательная функция чуть хуже, чем степенная, она описывает изучаемую зависимость.

1г. Уравнение равносторонней гиперболы $y = a + b \frac{1}{x}$ линеаризуется при

замене: $z = \frac{1}{x}$.

Тогда $y = a + bz$.

Для расчетов используем данные табл. 5.

Таблица 5

Значения параметров регрессии a и b составили:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} = 57,89 - 1051,4 \cdot 0,0184 = 38,5;$$

$$b = \frac{\overline{y \cdot z} - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\sigma_z^2} = \frac{1,0723 - 57,9 \cdot 0,0184}{0,002145^2} \approx 1051,4$$

Получено уравнение: $\hat{y} = 38,5 + 1051,4 \cdot \frac{1}{x}$.

Индекс корреляции: $r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{27.84}{32.92}} = 0,3944$.

$\bar{A} = 8,1\%$. По уравнению равносторонней гиперболы получена наибольшая оценка тесноты связи: $r_{xy} = 0,3944$ (по сравнению с линейной, степенной и показательной регрессиями). \bar{A} остается на допустимом уровне:

$$2. F_{факт} = \frac{r_{yx}^2}{1 - r_{yx}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,1555}{0,8445} = 0,92,$$

где $F_{табл} = 6,6 > F_{факт}$, $\alpha = 0,05$.

Следовательно, принимается гипотеза H_0 о статистически незначимых параметрах этого уравнения. Этот результат можно объяснить сравнительно невысокой теснотой выявленной зависимости и небольшим числом наблюдений.

Пример 2

По территориям региона приводятся данные за 199X г. (табл. 6).

Таблица 6

Требуется:

1. Построить линейное уравнение парной регрессии y от x .
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.
3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции.
4. Выполнить прогноз заработной платы y при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума x , составляющем 107% от среднего уровня.
5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.

Решение

1. Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу (табл. 7).

Таблица 7

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sum x^2 - (\bar{x})^2} = \frac{13484 - 85,6 \cdot 155,8}{7492,3 - 85,6^2} = \frac{151,8}{164,94} = 0,92;$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 155,8 - 0,92 \cdot 85,6 = 77,0.$$

Получено уравнение регрессии: $y = 77,0 + 0,92 \cdot x$.

С увеличением среднедушевого прожиточного минимума на 1 руб. среднедневная заработная плата возрастает в среднем на 0,92 руб.

2. Тесноту линейной связи оценит коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,92 \cdot \frac{12,95}{16,53} = 0,721; \quad r_{xy}^2 = 0,52.$$

Это означает, что 52% вариации заработной платы (y) объясняется вариацией фактора x - среднедушевого прожиточного минимума.

Качество модели определяет средняя ошибка аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{68,9}{12} = 5,7\%$$

Качество построенной модели оценивается как хорошее, так как \bar{A} не превышает 8 -10%.

3. Оценку статистической значимости параметров регрессии проведем с помощью t-статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала каждого из показателей.

Выдвигаем гипотезу H_0 о статистически незначимом отличии показателей от нуля: $a=b=r_{xy}=0$.

$T_{\text{табл}}$ для числа степеней свободы $df = n-2 = 12 - 2 = 10$ и $\alpha = 0,05$ составит 2,23.

Определим случайные ошибки m_a , m_b , $m_{r_{xy}}$:

$$m_a = 12,6 \frac{\sqrt{89907}}{12 \cdot 12,95} = 24,3; \quad m_b = \frac{12,6}{\sqrt{12} \cdot 12,95} = 0,281;$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1-0,52}{12-2}} = 0,219$$

Тогда

$$t_a = \frac{77}{24,3} = 3,2; \quad t_b = \frac{0,92}{0,281} = 3,3; \quad t_{r_{xy}} = \frac{0,721}{0,219} = 3,3.$$

Фактические значения t-статистики превосходят табличные значения:

$$t_a = 3,2 > t_{табл}; \quad t_b = 3,3 > t_{табл} = 2,3; \quad t_{r_{xy}} = 3,3 > t_{табл} = 2,3,$$

поэтому гипотеза H_0 отклоняется, т.е. a , b и r_{xy} не случайно отличаются от нуля, а статистически значимы.

Рассчитаем доверительный интервал для a и b . Для этого определим предельную ошибку для каждого показателя:

$$\Delta_a = 2,23 \cdot 24,3 = 54; \quad \Delta_b = 2,23 \cdot 0,281 = 0,62.$$

Доверительные интервалы:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a = 77 \pm 54;$$

$$\gamma_{amin} = 77 - 54 = 23;$$

$$\gamma_{amax} = 77 + 54 = 131;$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b = 0,92 \pm 0,62;$$

$$\gamma_{bmin} = 0,92 - 0,62 = 0,3;$$

$$\gamma_{bmax} = 0,92 + 0,62 = 1,54.$$

Анализ верхней и нижней границ доверительных интервалов приводит к выводу о том, что с вероятностью $p = 1 - \alpha = 0,95$ параметры a и b , находясь в указанных границах, не принимают нулевых значений, т.е. не являются статистически незначимыми и существенно отличны от нуля.

4. Полученные оценки уравнения регрессии позволяют использовать его для прогноза. Если прогнозное значение прожиточного минимума составит: $x_p = \bar{x} \cdot 1,07 = 85,6 \cdot 1,07 = 91,6$ тыс. руб. , тогда прогнозное значение

прожиточного минимума составит: $\hat{y}_p = 77 + 0,92 \cdot 91,6 = 161$ тыс. руб.

5. Ошибка прогноза составит:

$$m_{\hat{y}_p} = 12,6 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(91,6 - 85,6)^2}{12 \cdot 12,95^2}} = 13,2 \text{ тыс.руб.}$$

Предельная ошибка прогноза, которая в 95% случаев не будет превышена, составит: $\Delta_{\hat{y}_p} = t_{\text{табл}} \cdot m_{\hat{y}_p} = 2,23 \cdot 13,2 = 29,4$.

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = 161 \pm 29,4;$$

$$\gamma_{\hat{y}_{p\min}} = 161 - 29,4 = 131,6 \text{ руб.};$$

$$\gamma_{\hat{y}_{p\max}} = 161 + 29,4 = 190,4 \text{ руб.}$$

Выполненный прогноз среднемесячной заработной платы оказался надежным ($p = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$), но неточным, так как диапазон верхней и нижней границ доверительного интервала D_γ составляет 1,95 раза:

$$D_\gamma = \frac{\gamma_{\hat{y}_{\max}}}{\gamma_{\hat{y}_{\min}}} = \frac{121}{62} = 1,95.$$

Пример 3

По группе предприятий, производящих однородную продукцию, известно, как зависит себестоимость единицы продукции y от факторов, приведенных в табл. 8.

Таблица 8

Признак-фактор	Уравнение парной регрессии	Среднее значение фактора
Объем производства, млн руб., x_1	$\hat{y}_{\bar{x}_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$	$\bar{x}_1 = 2,64$
Трудоемкость единицы продукции, чел.-час, x_2	$\hat{y}_{\bar{x}_2} = 9,3 + 9,83 \cdot \frac{1}{x_2}$	$\bar{x}_2 = 1,38$
Оптовая цена за 1 т	$\hat{y}_{\bar{x}_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$	$\bar{x}_3 = 1,503$

энергоносителя, млн руб., x_3		
Доля прибыли, изымаемой государством, %, x_4	$\hat{y}_{\bar{x}_4} = 14,87 \cdot 1,016^{x_4}$	$\bar{x}_4 = 26,3$

Требуется:

1. Определить с помощью коэффициентов эластичности силу влияния каждого фактора на результат.
2. Ранжировать факторы по силе влияния.

Решение

1. Для уравнения равнобочной гиперболы $\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$:

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_1} = f'(x_1) \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = -\frac{b}{\bar{x}_1^2} \cdot \frac{\bar{x}_1}{a + \frac{b}{\bar{x}_1}} = -\frac{b}{a \cdot \bar{x}_1 + b} = -\frac{58,74}{0,62 \cdot 2,64 + 58,74} = -0,973\%.$$

Для уравнения прямой $\hat{y}_{x_2} = 9,3 + 9,83 \cdot x_2$:

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_2} = f'(x_2) \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{b \cdot \bar{x}_2}{a + b \cdot \bar{x}_2} = \frac{9,83 \cdot 1,38}{9,3 + 9,83 \cdot 1,38} = 0,59\%.$$

Для уравнения степенной зависимости $\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$:

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_3} = f'(x_3) \frac{\bar{x}_3}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}_3^{b-1} \cdot \frac{b \cdot \bar{x}_3}{a \cdot \bar{x}_3^b} = b = 1,63\%.$$

Для уравнения показательной зависимости $\hat{y}_{x_4} = 14,87 \cdot 1,016^{x_4}$:

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_4} = f'(x_4) \frac{\bar{x}_4}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}_4 \cdot \ln b \cdot \frac{\bar{x}_4}{a \cdot b \cdot \bar{x}_4} = \ln b \cdot \bar{x}_4 = 0,42\%.$$

2. Сравнивая значения $\bar{\mathcal{E}}_{yx_i}$, ранжируем x_j по силе их влияния на себестоимость единицы продукции:

$$\begin{aligned} \text{а) } \bar{\varepsilon}_{yx_3} &= 1,63\%; & \text{в) } \bar{\varepsilon}_{yx_2} &= 0,59\%; \\ \text{б) } \bar{\varepsilon}_{yx_1} &= -0,973\%; & \text{г) } \bar{\varepsilon}_{yx_4} &= 0,42\%; \end{aligned}$$

Для формирования уровня себестоимости продукции группы предприятий первоочередное значение имеют цены на энергоносители; в гораздо меньшей степени влияют трудоемкость продукции и отчисляемая часть прибыли. Фактором снижения себестоимости выступает размер производства: с ростом его на 1% себестоимость единицы продукции снижается на -0,97%.

Пример 4

Зависимость потребления продукта A от среднедушевого дохода по данным 20 семей характеризуется следующим образом:

$$\text{уравнение регрессии } \hat{y}_x = 2 \cdot x^{0,3};$$

$$\text{индекс корреляции } \rho_{xy} = 0,9;$$

$$\text{остаточная дисперсия } \sigma_{ост}^2 = 0,06.$$

Требуется:

Провести дисперсионный анализ полученных результатов.

Решение

Результаты дисперсионного анализа приведены в табл. 1.9.

Таблица 9

$$S_{ост} = \sigma_{ост}^2 \cdot n = 0,06 \cdot 20 = 1,2;$$

$$S_{общ} = S_{ост} : (1 - \rho_{xy}^2) = 1,2 : (1 - 0,81) = 6,316;$$

$$S_{факт} = 6,316 - 1,2 = 5,116;$$

$$F_{факт} = \frac{0,9^2}{1 - 0,9^2} \cdot \frac{18}{1} = 76,7.$$

В силу того что $F_{факт} = 76,7 > F_{табл} = 4,4$, гипотеза о случайности различий факторной и остаточной дисперсий отклоняется. Эти различия существенны, статистически значимы, уравнение надежно, значимо, показатель тесноты связи

надежен и отражает устойчивую зависимость потребления продукта Л от среднедушевого дохода.

1.3. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Решение с помощью ППП Excel

1. Встроенная статистическая функция ЛИНЕЙН определяет параметры линейной регрессии $y = a + bx$. Порядок вычисления следующий:

1) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий анализируемые данные;

2) выделите область пустых ячеек 5x2 (5 строк, 2 столбца) для вывода результатов регрессионной статистики или область 1x2 - для получения только оценок коэффициентов регрессии;

3) активизируйте Мастер функций любым из способов:

а) в главном меню выберите **Вставка/Функция**;

б) на панели инструментов Стандартная щелкните по кнопке **Вставка функции**;

4) в окне Категория (рис. 1.1) выберите **Статистические**, в окне функция - ЛИНЕЙН. Щелкните по кнопке **ОК**;

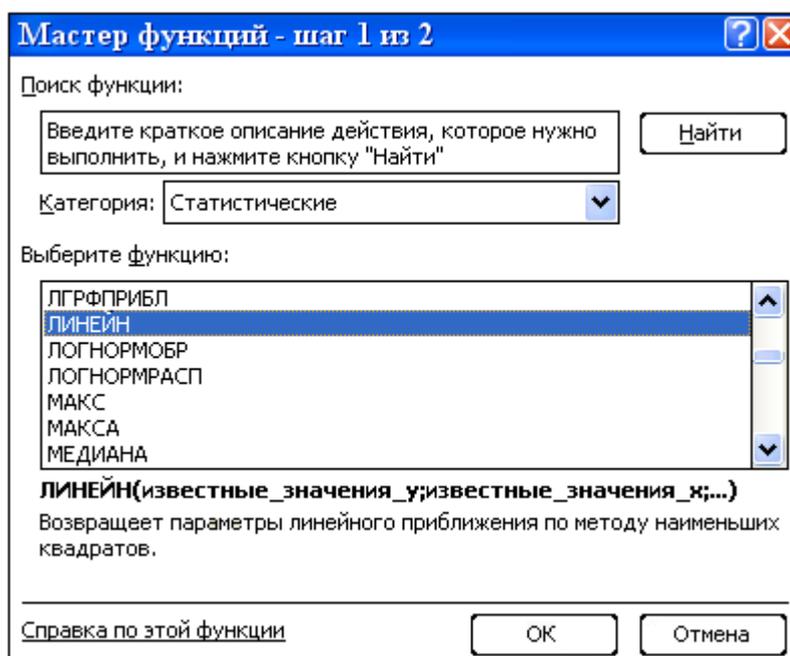


Рис. 1. Диалоговое окно «Мастер функций»

5) заполните аргументы функции (рис. 2):

Известные значения_y - диапазон, содержащий данные результативного признака;

Известные значения_x - диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;

Константа - логическое значение, которое указывает на наличие или на отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если *Константа* = 0, то свободный член равен 0; *Статистика* - логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика* = 1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика* = 0, то выводятся только оценки параметров уравнения.

Щелкните по кнопке ОК;

ЛИНЕЙН

Известные значения_y	C2:C13	= {133;148;134;154;1
Известные значения_x	B2:B13	= {78;82;87;79;89;10
Конст	1	= ИСТИНА
Статистика	1	= ИСТИНА

= {0,920430552680604;76

Возвращает параметры линейного приближения по методу наименьших квадратов.

Статистика логическое значение, которое указывает, требуется ли вернуть дополнительную статистику по регрессии (ИСТИНА) или только коэффициенты m и константу b (ЛОЖЬ или отсутствие значения).

Справка по этой функции Значение: 0,920430553 ОК Отмена

Рис. 2. Диалоговое окно ввода аргументов функции ЛИНЕЙН

б) в левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу <F2>, а затем - на комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER>.

Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке,

указанном в следующей схеме:

Значение коэффициента b	Значение коэффициента a
Среднеквадратическое отклонение b	Среднеквадратическое отклонение a
Коэффициент детерминации R^2	Среднеквадратическое отклонение y
F-статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

Для вычисления параметров экспоненциальной кривой $y = \alpha \cdot \beta^x$ в MS Excel применяется встроенная статистическая функция ЛГРФПРИБЛ. Порядок вычисления аналогичен применению функции ЛИНЕЙН.

Для данных из примера 2 результат вычисления функции ЛИНЕЙН представлен на рис. 1.3, функции ЛГРФПРИБЛ - на рис. 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Территории региона	Прожиточный минимум-х	Среднемесячная зарплата-у		Линейн			
2	1	78	133		0,920430553	76,9764852		
3	2	82	148		0,279715587	24,2115614		
4	3	87	134		0,519877359	12,5495908		
5	4	79	154		10,82801173	10		
6	5	89	162		1705,327706	1574,92229		
7	6	106	195					
8	7	67	139					
9	8	88	158					
10	9	73	152					
11	10	87	162					
12	11	76	159					
13	12	115	173					
14								
15								
16								
17								

Рис. 3. Результат вычисления функции ЛИНЕЙН

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Территории региона	Прожиточный минимум-х	Среднемесячная зарплата-у		Лгрфприбл			
2	1	78	133		1,005863552	95,5327729		
3	2	82	148		0,001790673	0,15499672		
4	3	87	134		0,498670948	0,08033953		
5	4	79	154		9,946978852	10		
6	5	89	162		0,064202173	0,0645444		
7	6	106	195					
8	7	67	139					
9	8	88	158					
10	9	73	152					
11	10	87	162					
12	11	76	159					
13	12	115	173					
14								
15								
16								
17								

Рис. 4. Результат вычисления функции ЛГРФПРИБЛ

2. С помощью инструмента анализа данных **Регрессия**, помимо результатов регрессионной статистики, дисперсионного анализа и доверительных интервалов, можно получить остатки и графики подбора линии регрессии, остатков и нормальной вероятности. Порядок действий следующий:

1) проверьте доступ к пакету анализа. В главном меню последовательно выберите **Сервис /Надстройки**. Установите флажок **Пакет анализа** (рис. 5);

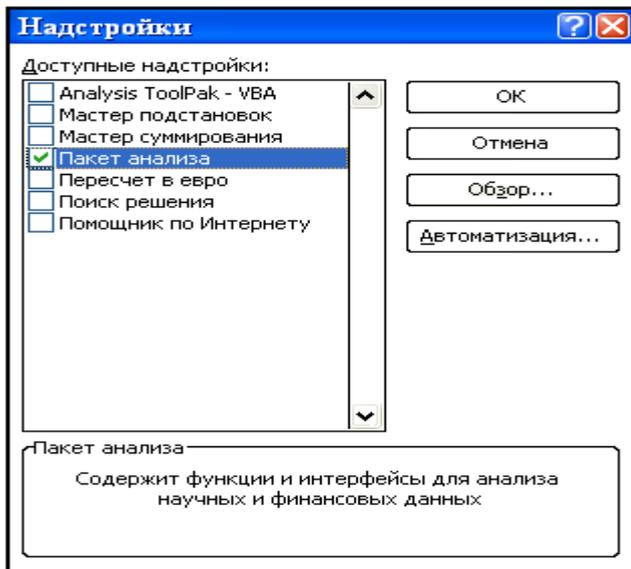


Рис. 5. Подключение надстройки **Пакет анализа**

2) в главном меню выберите **Сервис/Анализ данных/Регрессия**. Щелкните по кнопке **ОК**;

3) заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 6):
Входной интервал Y - диапазон, содержащий данные результативного признака;
Входной интервал X - диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;
Метки - флажок, который указывает, содержит ли первая строка названия столбцов или нет;
Константа - ноль - флажок, указывающий на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении;
Выходной интервал - достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона;
Новый рабочий лист - можно задать произвольное имя нового листа.

Если необходимо получить информацию и графики остатков, установите соответствующие флажки в диалоговом окне. Щелкните по кнопке ОК.

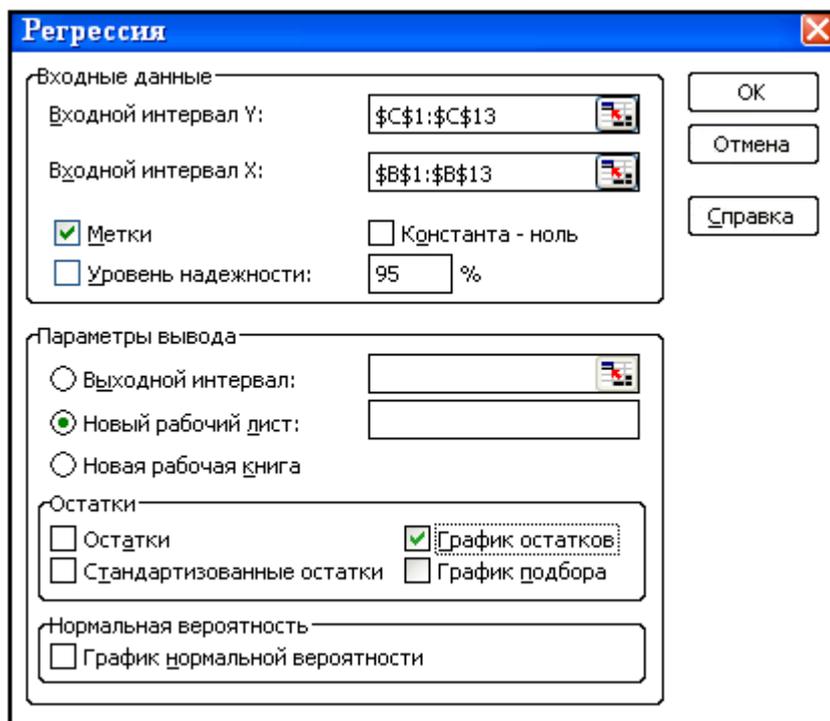


Рис. 6. Диалоговое окно ввода параметров инструмента Регрессия

Результаты регрессионного анализа для данных из примера 2 представлены на рис. 1.7.

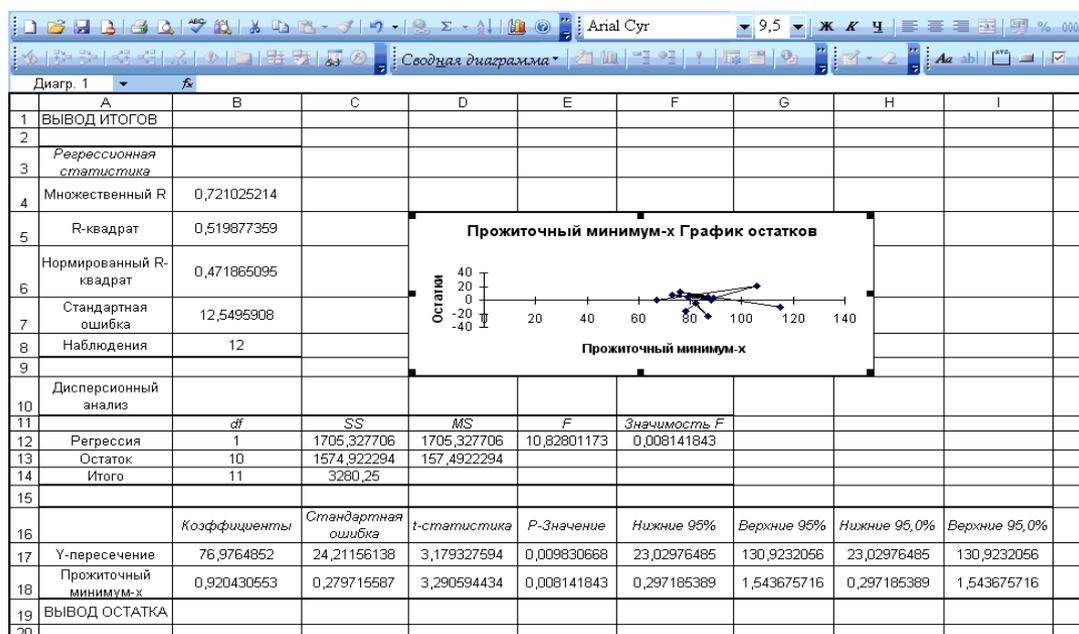


Рис. 7. Результат применения инструмента Регрессия

Решение с помощью ППП Statgraphics

Порядок вычислений при использовании функции Simple Regression следующий:

- 1) введите исходные данные (рис. 1.8) или откройте существующий файл, содержащий исходные данные;
- 2) в главном меню последовательно выберите *Relate/Simple Regression*;
- 3) заполните диалоговое окно ввода данных. В поле «Y» введите название столбца, содержащего зависимую переменную, в поле «X» - название столбца, содержащего значения факторного признака. Щелкните по кнопке **OK**;

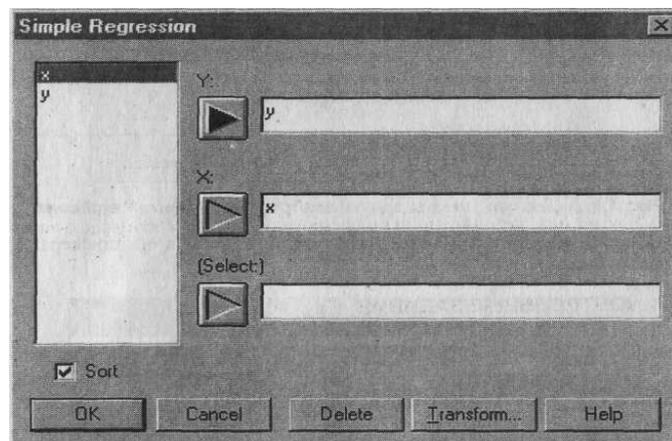


Рис. 8. Диалоговое окно ввода данных

4) в окне табличных настроек поставьте флажок напротив *Analysis Summary*.

Результаты вычислений появятся в отдельном окне.

Для данных из примера 2 результат применения функции **Simple Regression** представлен на рис. 1.9.

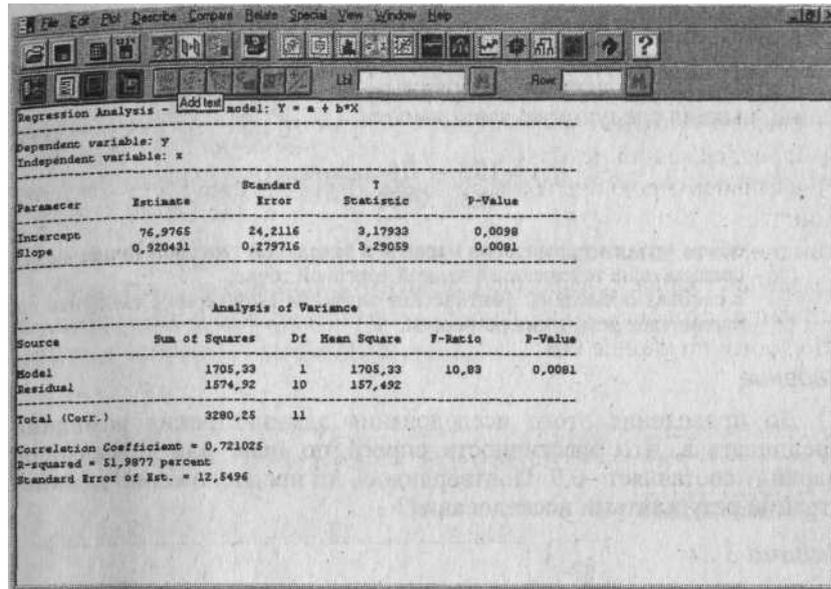


Рис. 9. Итоговое окно функции **Simple Regression**

Как видим, результаты вычислений вручную и с помощью компьютера совпадают.

Задача 1

Получены функции:

$$1. y = a + b \cdot x^3 + \varepsilon$$

$$2. y = a + b \cdot \ln x + \varepsilon$$

$$3. \ln y = a + b \cdot \ln x + \varepsilon$$

$$4. y = a + b \cdot x^c + \varepsilon$$

$$5. y^a = b + c \cdot x^2 + \varepsilon$$

$$6. y = 1 + a \cdot (1 - x^b) + \varepsilon$$

$$7. y = a + b(x/10) + \varepsilon$$

Определите, какие из представленных выше функций линейны по переменным, линейны по параметрам, нелинейны ни по переменным, ни по параметрам.

Задача 2

Исследуя спрос на телевизоры марки N , аналитический отдел компании ABC по данным, собранным по 19 торговым точкам компании, выявил следующую

зависимость:

$$\ln y = 10,5 - 0,8 \ln x + \varepsilon$$

(2,5) (-4,0)

где y – объем продаж телевизоров марки N в отдельной торговой точке;

x – средняя цена телевизора в данной торговой точке;

в скобках приведены фактические значения t -критерия Стьюдента для параметров уравнения регрессии.

Задание

До проведения этого исследования администрация компании предполагала, что эластичность спроса по цене для телевизоров марки N составляет $-0,9$.

Подтвердилось ли предположение администрации результатами исследования?

Задача 3

Для трех видов продукции A , B и C модели зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции выглядят следующим образом:

$$y_A = 600,$$

$$y_B = 80 + 0,7x,$$

$$y_C = 40x^{0,5}.$$

Задание

1. Определите коэффициенты эластичности по каждому виду продукции и поясните их смысл.
2. Сравните при $x = 1000$ эластичность затрат для продукции B и C .

Определите, каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции B и C были равны.

Задача 4

Пусть имеется следующая модель регрессии, характеризующая зависимость y от x :

$$y = 8 - 7x + \varepsilon$$

Известно также, что $r_{xy} = -0,5$; $n = 20$.

Задание

1. Постройте доверительный интервал для коэффициента регрессии в этой модели:

а) с вероятностью 90%;

б) с вероятностью 99%.

2. Проанализируйте результаты, полученные в п.1, и поясните причины их различий.

Задача 5

Изучается зависимость потребления материалов y от объема производства продукции x . По 20 наблюдениям были получены следующие варианты уравнения регрессии:

1. $y = 3 + 2x + \varepsilon$.

2. $\ln y = 2,5 + 0,2 \cdot \ln x + \varepsilon, \quad r^2 = 0,68$.

(6,19)

3. $\ln Y = 1,1 + 0,8 \cdot \ln X + \varepsilon, \quad r^2 = 0,69$.

(6,2)

4. $Y = 3 + 1,5 \cdot X + 0,1 \cdot X^2, \quad r^2 = 0,701$.

(3,0) (2,65)

В скобках указаны фактические значения t -критерия.

Задание

- Определите коэффициент детерминации для 1-го уравнения.
- Запишите функции, характеризующие зависимость y от x во 2-м и 3-м уравнениях.
- Определите коэффициенты эластичности для каждого из уравнений.
- Выберите наилучший вариант уравнения регрессии.

Задача 6

По совокупности 30 предприятий торговли изучается зависимость между признаками: x - цена на товар А, тыс. руб.; y - прибыль торгового предприятия,

млн. руб.

При оценке регрессионной модели были получены следующие промежуточные результаты:

$$\sum(y_j - \hat{y}_x)^2 = 39\,000;$$

$$\sum(y_j - \bar{y})^2 = 120\,000.$$

Задание

1. Поясните, какой показатель корреляции можно определить по этим данным.
2. Постройте таблицу дисперсионного анализа для расчета значения F-критерия Фишера.
3. Сравните фактическое значение F-критерия с табличным. Сделайте выводы.

Задача 7

Зависимость среднемесячной производительности труда от возраста рабочих характеризуется моделью: $y = a + bx + cx^2$. Ее использование привело к результатам, представленным в табл. 10.

Таблица 10

Задание

Оцените качество модели, определив ошибку аппроксимации, индекс корреляции и F-критерий Фишера.

Задача 8

Моделирование прибыли фирмы по уравнению $y = ab^x$ привело к результатам, представленным в табл. 11.

Таблица 11

№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y		№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y	
	фактическая	расчетная		фактическая	расчетная

1	10	11	5	18	20
2	12	11	6	11	11
3	15	17	7	13	14
4	17	15	8	19	16

Задание

Оцените качество модели. Для этого:

- а) определите ошибку аппроксимации;
- б) найдите показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором;
- в) рассчитайте F-критерий Фишера. Сделайте выводы.

Задача 9

Изучалась зависимость вида $y = ax^b$. Для преобразованных в логарифмах переменных получены следующие данные:

$$\sum xy = 4,2087; \quad \sum x = 8,2370;$$

$$\sum x^2 = 9,2334; \quad \sum y = 3,9310;$$

$$\sum (Y - \hat{Y}_x)^2 = 0,0014.$$

Задание

1. Найдите параметр b .
2. Найдите показатель корреляции, предполагая $\sigma_y = 0,08$. Оцените его значимость.
3. Оцените его значимость, если известно, что $n = 9$.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
4-ТЕМА. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ И ЗНАЧИМОСТЬ ЕЁ ПАРАМЕТРОВ

Задача 1. По 30 предприятиям отрасли были получены следующие результаты регрессионного анализа зависимости объема выпуска продукции y (млн. сум.) от численности занятых на предприятии x_1 (чел.) и среднегодовой стоимости основных фондов x_2 (млн сум.):

Коэффициент детерминации	???
Множественный коэффициент корреляции	0,85
Уравнение регрессии	$y = ??? + 0,48 x_1 + 0,20 x_2$
Стандартные ошибки параметров	2,0 0,06 ???
t-критерий для параметров	1,5 ??? 4

Задание

1. Восстановите пропущенные характеристики.
2. С вероятностью 0,95 постройте доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.
3. Проанализируйте результаты регрессионного анализа.

Задача 2. По данным, полученным от 20 фермерских хозяйств одного из регионов, изучается зависимость объема выпуска продукции растениеводства y (млн . сум.) от четырех факторов: численности работников L (чел.), количества минеральных удобрений на 1 га посева M (кг), количества осадков в период вегетации R (г) и качества почвы Q (баллов). Были получены следующие варианты уравнений регрессии и доверительные интервалы коэффициентов регрессий

$$1) \hat{y} = 2 + 0,5 L + 1,7 M - 2 R, \quad R^2 = 0,77$$

Граница	Доверительные интервалы для коэффициентов регрессии при факторе		
	L	M	R
Нижняя	0,1	???	???
Верхняя	???	2,3	1,5
Примечание. Доверительные интервалы построены с вероятностью $P = 0,95$			

$$2) \hat{y} = 6,4 + 0,7 L + 1,5 M - 2 R + 0,8 Q, \quad R^2 = 0,81$$

Граница	Доверительные интервалы для коэффициентов регрессии при факторе			
	L	M	R	Q
Нижняя	0,3	-0,2	???	0,4
Верхняя	???	???	-1,2	1,2
Примечание. Доверительные интервалы построены с вероятностью $P = 0,95$				

Задание

1. Восстановите пропущенные границы доверительных интервалов.
2. Выберите наилучшее уравнение регрессии. Дайте интерпретацию его параметров и доверительных интервалов для коэффициентов регрессии на примере одного из факторных признаков.
3. Оцените целесообразность включения в модель $y = f(L, M, R)$ фактора Q.

Задача 3. Зависимость потребления электроэнергии y (тыс. кВт • ч) от объемов производства продукции А - x_1 (тыс. ед.) и продукции В - x_2 (тыс. ед.) характеризуется следующим образом:

Уравнение регрессии в стандартизованном виде	$\hat{t}_y = a + 0,79 t_{x_1} + 0,56 t_{x_2}$
--	---

Коэффициент детерминации	0,95
Коэффициент вариации y, V_y	27%
Коэффициент вариации x_1, V_{x1}	45%
Коэффициент вариации x_2, V_{x2}	40%

Задание :

1. Сделайте выводы о силе влияния факторов на результат.
2. Учитывая значения коэффициентов вариации рассматриваемых признаков, определите частные коэффициенты эластичности, сделайте по ним выводы.
3. Оцените значимость уравнения регрессии, учитывая, что оно построено по 30 наблюдениям.

Задача 4. Имеется информация по 22 наблюдениям

Признак	Среднее значение	Коэффициент вариации, %	Уравнение регрессии
Y	23	20	$\hat{y} = 19 - 2,0x_1 - 0,5x_2$
X_1	6	40	$\hat{y} = 9 + 1,0 x_1$
X_2	8	10	$\hat{y} = 4 + 0,6 x_2$

Задание :

1. Оцените значимость каждого уравнения регрессии, если известно, что $r_{x_1x_2} = -0,5$.
2. Оцените значимость коэффициентов регрессии уравнения с двумя факторами.
3. Найдите скорректированный коэффициент множественной корреляции.
4. Определите показатели частной корреляции.

Задача 5. Изучается зависимость по 25 предприятиям концерна потребления материалов y (т) от энерговооруженности труда x_1 (кВт * ч на

одного рабочего) и объема произведенной продукции x_2 (тыс. ед.). Данные приведены в табл. 5.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
Y	12,0	2,0	$r_{yx_1} = 0,52$
X_1	4,3	0,5	$r_{yx_2} = 0,84$
X_2	10,0	1,8	$r_{yx_3} = 0,43$

Задание :

1. Постройте уравнение множественной регрессии и поясните экономический смысл его параметров.
2. Определите частные коэффициенты эластичности и стандартизованные коэффициенты регрессии.
3. Найдите частный множественный коэффициенты корреляции.
4. Оцените значимость уравнения регрессии с помощью F-критерия Фишера.

Задача 6. По 50 семьям изучалось потребление мяса - y (кг на душу населения) от дохода - x_1 (сум. на одного члена семьи) и от потребления рыбы - x_2 (кг на душу населения). Результаты оказались следующими:

Уравнение регрессии	$\hat{y} = 180 + 0,2x_1 + 0,4x_2$
Стандартные ошибки параметров	20 0,01 0,25
Множественный коэффициент корреляции	0,85

Задание :

1. Используя t-критерий Стьюдента, оцените значимость параметров уравнения.

2. Рассчитайте F-критерий Фишера.
3. Оцените по частным F-критериям Фишера целесообразность включения в модель:
 - а) фактора x_1 после фактора x_2 ;
 - б) фактора x_2 после фактора x_1 .

Задача 7. Изучается влияние стоимости основных и оборотных средств на величину валового дохода торговых предприятий. Для этого по 12 торговым предприятиям были получены данные, приведенные в табл. 7

Таблица 2.1S

Таблица 7.

Номер предприятия	Валовой доход за год, млн. сум	Среднегодовая стоимость, млн. сумм.	
		Основных фондов	Оборотных средств
1	203	118	105
2	63	28	56
3	45	17	54
4	113	50	63
5	121	56	28
6	88	102	50
7	110	116	54
8	56	124	42
9	80	114	36
10	237	154	106
11	160	115	88
12	75	98	46

Задание :

1. Постройте линейное уравнение множественной регрессии и поясните экономический смысл его параметров.
2. Рассчитайте частные коэффициенты эластичности.
3. Определите стандартизованные коэффициенты регрессии.

4. Сделайте вывод о силе связи результата и факторов.
5. Определите парные и частные коэффициенты корреляции, а также множественный коэффициент корреляции; сделайте выводы.
6. Дайте оценку полученного уравнения на основе коэффициента детерминации и общего F-критерия Фишера.

Задача 8. Имеются данные о деятельности крупнейших компаний США в 2015

№ п/п	Чистый доход, млрд долл. США, y	Оборот капитала, млрд долл. США, x_1	Использованный капитал, млрд долл. США, x_2	Численность служащих, тыс. чел., x_3	Рыночная капитализация компании, млрд долл. США, x_4
1.	0,9	31,3	18,9	43,0	40,9
2.	1,7	13,4	13,7	64,7	40,5
3.	0,7	4,5	18,5	24,0	38,9
4.	1,7	10,0	4,8	50,2	38,5
5.	2,6	20,0	21,8	106,0	37,3
6.	1,3	15,0	5,8	96,6	26,5
7.	4,1	137,1	99,0	347,0	37,0
8.	1,6	17,9	20,1	85,6	36,8
9.	6,9	165,4	60,6	745,0	36,3
10.	0,4	2,0	1,4	4,1	35,3
11.	1,3	6,8	8,0	26,8	35,3
12.	1,9	27,1	18,9	42,7	35,0

13.	1,9	13,4	13,2	61,8	26,2
14.	1,4	9,8	12,6	212,0	33,1
15.	0,4	19,5	12,2	105,0	32,7
16.	0,8	6,8	3,2	33,5	32,1
17.	1,8	27,0	13,0	142,0	30,5
18.	0,9	12,4	6,9	96,0	29,8
19.	1,1	17,7	15,0	140,0	25,4
20.	1,9	12,7	11,9	59,3	29,2
21.	-0,9	21,4	1,6	131,0	29,2
22.	1,3	13,5	8,6	70,7	29,2
23.	2,0	13,4	11,5	65,4	29,1
24.	0,6	4,2	1,9	23,1	27,9
25.	0,7	15,5	5,8	80,8	27,2

Задание :

1. Рассчитайте параметры линейного уравнения множественной регрессии с полным перечнем факторов.
2. Дайте сравнительную оценку силы связи факторов с результатом с помощью средних (общих) коэффициентов эластичности.
3. Оцените статистическую значимость параметров регрессионной модели с помощью t -критерия; нулевую гипотезу о значимости уравнения и показателей тесноты связи проверьте с помощью F -критерия.
4. Оцените качество уравнения через среднюю ошибку аппроксимации.
5. Рассчитайте матрицы парных и частных коэффициентов корреляции и на их основе и по t -критерию для коэффициентов регрессии отберите информативные факторы в модель. Постройте модель только с информативными факторами и оцените ее параметры.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ 5-ТЕМА.МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Задача 1

Зависимость объема производства y (тыс. ед.) от численности занятых x (чел.) по 15 заводам концерна характеризуется следующим образом:

Уравнение регрессии

$$y = 30 - 0,4x + 0,04x^2$$

Доля остаточной дисперсии в общей

20%

Задание

Определите:

- а) индекс корреляции;
- б) значимость уравнения регрессии;
- в) коэффициент эластичности, предполагая, что численность занятых составляет 30 человек.

Задача 2

По группе 10 заводов, производящих однородную продукцию, получено уравнение регрессии себестоимости единицы продукции y (тыс. сумм.) от уровня технической оснащенности x (тыс. сумм.):

$$y = 20 + \frac{700}{x}. \text{ Доля остаточной дисперсии в общей составила } 0,19.$$

Задание

Определите:

- а) коэффициент эластичности, предполагая, что стоимость активных производственных фондов составляет 200 тыс. сумм.;
- б) индекс корреляции;

в) F-критерий Фишера. Сделайте выводы.

Задача 3

Зависимость спроса на товар К от его цены характеризуется по 20 наблюдениям уравнением: $lgy = 1,75 - 0,35lgx$. Доля остаточной дисперсии в общей составила 18%.

Задание

1. Запишите данное уравнение в виде степенной функции.
2. Оцените эластичность спроса на товар в зависимости от его цены.
3. Определите индекс корреляции.
4. Оцените значимость уравнения регрессии через F-критерий Фишера. Сделайте выводы.

Задача 4

По 20 фермам области получена информация, представленная в табл. 1.

Таблица 1.

Показатель	Среднее значение	Коэффициент вариации
Урожайность, ц/га	27	20
Внесено удобрений на 1 га посева, кг	5	15

Задание

1. Определите линейный коэффициент детерминации.
2. Постройте уравнение линейной регрессии.
3. Найдите обобщающий коэффициент эластичности.
4. С вероятностью 0,95 укажите доверительный интервал ожидаемого значения урожайности в предположении роста количества внесенных удобрений на 10% от своего среднего уровня.

Задача 5

Для двух видов продукции А и Б зависимость расходов предприятия у (тыс. сумм.) от объема производства x (шт.) характеризуется данными, представленными в табл. 2.

Таблица 2

Уравнение регрессии	Показатели корреляции	Число наблюдений
$y_A = 160 + 0,8x$	0,85	30
$y_B = 50x^{0,6}$	0,72	25

Задание

1. Поясните смысл величин 0,8 и 0,6 в уравнениях регрессии.
2. Сравните эластичность расходов от объема производства для продукции А и Б при выпуске продукции А в 500 единиц.
3. Определите, каким должен быть выпуск продукции А, чтобы эластичность ее расходов совпадала с эластичностью расходов на продукцию Б.
4. Оцените значимость каждого уравнения регрессии с помощью F-критерия Фишера.

Задача 6

Зависимость объема продаж у (тыс. долл.) от расходов на рекламу x (тыс. долл.) характеризуется по 12 предприятиям концерна следующим образом:

Уравнение регрессии

$$y = 10,6 + 0,6x$$

Среднее квадратическое отклонение x

$$\sigma_x = 4,7$$

Среднее квадратическое отклонение y

$$\sigma_y = 3,4$$

Задание

1. Определите коэффициент корреляции.
2. Постройте таблицу дисперсионного анализа для оценки значимости уравнения регрессии в целом
3. Найдите стандартную ошибку оценки коэффициента регрессии.
4. Оцените значимость коэффициента регрессии через t-критерий Стьюдента.
5. Определите доверительный интервал для коэффициента регрессии с вероятностью 0,95 и сделайте экономический вывод.

Задача 7

По 20 регионам страны изучается зависимость уровня безработицы y (%) от индекса потребительских цен x (% к предыдущему году). Информация о логарифмах исходных показателей представлена в табл. 3

Таблица 3

Показатель	$\ln x$	$\ln y$
Среднее значение	0,6	1,0
Среднее квадратическое отклонение	0,4	0,2

Известно также, что коэффициент корреляции между логарифмами исходных показателей составил $r_{\ln x \ln y} = 0,8$.

Задание

1. Постройте уравнение регрессии зависимости уровня безработицы от индекса потребительских цен в степенной форме.
2. Дайте интерпретацию коэффициента эластичности данной модели регрессии.
3. Определите значение коэффициента детерминации и поясните его смысл.

Задача 8

Изучается зависимость материалоемкости продукции от размера предприятия по 10 однородным заводам (табл. 4).

Таблица 4

Показатель	Материалоемкость продукции по заводам									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Потреблено материалов на	9	6	5	4	3,7	3,6	3,5	6	7	3,5
Выпуск продукции, тыс.	100	200	300	400	500	600	700	150	120	250

Задание

1. Найдите параметры уравнения $y = a + \frac{b}{x}$.
2. Оцените тесноту связи с помощью индекса корреляции.
3. Охарактеризуйте эластичность изменения материалоемкости продукции.
4. Сделайте вывод о значимости уравнения регрессии.

Задача 9

По территориям Центрального района известны данные за 20XX г. (табл. 5).

Таблица 5

Район	Доля денежных доходов, направленных на прирост сбережений во вкладах, займах, сертификатах и на покупку	Среднемесячная начисленная заработная плата, тыс. сумм., x
1	6,9	289
2	8,7	334
3	6,4	300
4	8,4	343
5	6,1	356
6	9,4	289
7	11,0	341
8	6,4	327
9	9,3	357
10	8,2.	352

11	8,6	381
----	-----	-----

Задание

1. Постройте поле корреляции и сформулируйте гипотезу о форме связи.
2. Рассчитайте параметры уравнений линейной, степенной, экспоненциальной, полулогарифмической, обратной, гиперболической парной регрессии.
3. Оцените тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
4. Дайте с помощью среднего (общего) коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.
5. Оцените с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнений.
6. Оцените с помощью F-критерия Фишера статистическую надежность результатов регрессионного моделирования. По значениям характеристик, рассчитанных в пп. 4, 5 и данном пункте, выберите лучшее уравнение регрессии и дайте его обоснование.
7. Рассчитайте прогнозное значение результата, если прогнозное значение фактора увеличится на 10% от его среднего уровня. Определите доверительный интервал прогноза для уровня значимости $\alpha = 0,05$.
8. Оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

Задача 10

По территориям Центрального района известны данные за 20XX г. (табл. 6).

Таблица 6

Район	Средний размер назначенных ежемесячных пенсий,	Прожиточный минимум в среднем на одного пенсионера в месяц, тыс.
-------	--	--

1	240	178
2	226	202
3	221	197
4	226	201
5	220	189
6	250	302
7	237	215
8	232	166
9	215	199
10	220	180
11	222	181
12	231	186
13	229	250

Задание

1. Постройте поле корреляции и сформулируйте гипотезу о форме связи.
2. Рассчитайте параметры уравнений линейной, степенной, экспоненциальной, полулогарифмической, обратной, гиперболической парной регрессии.
3. Оцените тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
4. Дайте с помощью среднего (общего) коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.
5. Оцените с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнений.
6. С помощью F-критерия Фишера оцените статистическую надежность результатов регрессионного моделирования. По значениям характеристик, рассчитанных в пп. 4, 5 и данном пункте, выберите лучшее уравнение регрессии и дайте его обоснование.
7. Рассчитайте прогнозное значение результата, если прогнозное значение фактора увеличится на 10% от его среднего уровня. Определите доверительный интервал прогноза для уровня значимости

$\alpha = 0,05$.

8. Оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
6-ТЕМА. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ВИДЕ СИСТЕМЫ
УРАВНЕНИЙ

Пример 1.

Страна	Индекс человеческого развития,	Ожидаемая продолжительность жизни	Суточная калорийность питания населения, ккал на душу, x_2
Австрия	0,904	77,0	3343
Австралия	0,922	78,2	3001
Аргентина	0,827	72,9	3136
Белоруссия	0,763	68,0	3101
Бельгия	0,923	77,2	3543
Бразилия	0,739	66,8	2938
Великобритания	0,918	77,2	3237
Венгрия	0,795	70,9	3402
Германия	0,906	77,2	3330
Греция	0,867	78,1	3575
Дания	0,905	75,7	3808
Египет	0,616	66,3	3289

Израиль	0,883	77,8	3272
Индия	0,545	62,6	2415
Испания	0,894	78,0	3295
Италия	0,900	78*2	3504
Канада	0,932	79,0	3056
Казахстан	0,740	67,7	3007
Китай	' 0,701	69,8	2844
Латвия	0,744	* 68,4	2861
Нидерланды	0,921	77,9	3259
Норвегия	0,927	78,1	3350
Польша	0,802	72,5	3344
Республика Корея	0,852	72,4	3336
Россия	0,747	66,6	2704
Румыния	0,752	69,9	2943
США	0,927	76,6	3642
Турция	0,728	69,0	3568
Украина	0,721	68,8	2753
Финляндия	0,913	76,8	2916

Франция	0,918	78,1	3551
Чехия	0,833	73,9	3177
Швейцария	0,914	78,6	3280
Швеция	0,923	78,5	3160
ЮАР	0,695	64,1	2933
Япония	0,924	80,0	2905

1. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции.
2. Постройте парные уравнения регрессии.
3. Оцените статистическую значимость уравнений и их параметров с помощью критериев Фишера и Стьюдента.
4. Постройте уравнение множественной регрессии.
5. Постройте графики остатков. Сделайте выводы.
6. Проведите тестирование ошибок уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность, применив тест Гельфельда-Квандта.
7. Оцените статистическую значимость уравнения множественной регрессии. Определите, какое уравнение лучше использовать для прогноза:
8. парную регрессию y на j x_i ;
9. парную регрессию y на x z ;
10. множественную регрессию

Пример 2.

Изучается зависимость средней ожидаемой продолжительности жизни от нескольких факторов по данным за 2013 г., представленным в таблице

Страна	У		*2	*3	*4
Мозамбик	47	3,0	2,6	2,4	113
Бурунди	49	2,3	2,6	2,7	98
Чад	48	2,6	2,5	2,5	117
Непал	55	4,3	2,5	2,4	91
Буркина- Фасо	49	2,9	2,8	2,1	99
Мадагаскар	52	2,4	3,1	3,1	89
Бангладеш	58	5,1	1,6	2,1	79
Гаити	57	3,4	2,0	1,7	72
Мали	50	2,0	2,9	2,7	123
Нигерия	53	4,5	2,9	2,8	80
Кения	58	5,1	2,7	2,7	58
Того	56	4,2	3,0	2,8	88
Индия	62	5,2	1,8	2,0	68

Бенин	50	6,5	2,9	2,5	95
-------	----	-----	-----	-----	----

1. Вычислите описательные статистики.
2. Проверьте характер распределения признаков.
3. При необходимости удалите аномальные наблюдения.
4. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции.
5. Установите, какие факторы коллинеарны.
6. Постройте уравнение множественной регрессии, обосновав отбор факторов.
7. Постройте графики остатков. Сделайте выводы.
8. Проведите тестирование ошибок уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность, применив тест Гельфельда-Квандта.
9. Оцените статистическую значимость уравнения множественной регрессии
10. Какие факторы значимо воздействуют на формирование средней ожидаемой продолжительности жизни в этом уравнении?
11. Постройте уравнение множественной регрессии со статистически значимыми факторами

Пример 3.

Имеются данные о продаже квартир на вторичном рынке жилья в Санкт-Петербурге на 01.05.2014 г.

№ п/п	У	*1	*2	*3	*4	*5	*6	*7
1	13,0	1	1	37,0	21,5	6,5	0	20
2	16,5	1	1	60,0	27,0	22,4	0	10

3	17,0	1	1	60,0	30,0		0	10
4	15,0	1	1	53,0	26,2	13,0	0	15
5	14,2	1	1	35,0	19,0	9,0	0	8
6	10,5	1	1	30,3	17,5	5,6	1	15
7	23,0	1	1	43,0	25,5	8,5	0	5
8	12,0	1	1	30,0	17,8	5,5	1	10
9	15,6	1	1	35,0	18,0	5,3	1	3
10	12,5	1	1	32,0	17,0	6,0	1	5
И	11,3	1	0	31,0	18,0	5,5	1	10
12	13,0	1	0	33,0	19,6	7,0	0	5
13	21,0	1	0	53,0	26,0	16,0	1	5
14	12,0	1	0	32,2	18,0	6,3	0	20
15	11,0	1	0	31,0	17,3	5,5	1	15
16	11,0	1	0	36,0	19,0	8,0	1	5

1. Составьте матрицу парных коэффициентов корреляции.
2. Постройте уравнение регрессии, характеризующее зависимость цены от всех факторов. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов.
3. Оцените значимость полученного уравнения. Какие факторы значимо

- воздействуют на формирование цены квартиры в этой модели?
4. Существует ли разница в ценах квартир, расположенных в центральных и в периферийных районах Санкт-Петербурга?
 5. Существует ли разница в ценах квартир разных типов домов?
 6. Постройте модель формирования цены квартиры за счет значимых факторов.

Пример 4.

Имеются следующая денежная модел:

$$R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1,$$

$$Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_2,$$

Сдесь :

R – процентная ставка; Y – ВВП; M – денежная масса; I – внутренняя инвестиция;

t - текущий период.

1. Определите метод оценки параметров
2. Напишите формы модели

Пример 5.

Имеются следующая макроэкономическая модель:

$$C_t = a_1 + b_{11} \cdot D_t + \varepsilon_{1t},$$

$$I_t = a_2 + b_{22} \cdot Y_t + b_{23} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{2t},$$

$$Y_t = D_t + T_t,$$

$$D_t = C_t + I_t + G_t,$$

Здесь :

C – потребительские расходы;

Y – чистый внутренний продукт;

D – чистый национальный доход;

I – инвестиция ;

T – налоги;

G – государственные расходы;

t-текущий период; t-1 – предыдущий период.

1. Определите метод оценки параметров
2. Напишите форму модели

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

7-ТЕМА. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ

Задача 1

Администрация банка изучает динамику депозитов физических лиц за ряд лет (млн. долл. в сопоставимых ценах). Исходные данные представлены ниже:

								Сумма
Время, лет	1	2	3	4	5	6	7	28
Депозиты физических лиц, х	2	6	7	3	10	12	13	53

Известно также следующее: $\sum x^2 = 511$.

Задание

1. Постройте уравнение линейного тренда и дайте интерпретацию его параметров.
2. Определите коэффициент детерминации для линейного тренда.
3. Администрация банка предполагает, что среднегодовой абсолютный прирост депозитов физических лиц составляет не менее 2,5 млн долл. Подтверждается ли это предположение результатами, которые вы получили?

Задача 2

Изучается динамика потребления мяса в регионе. Для этого были собраны данные об объемах среднедушевого потребления мяса y_t , (кг) за 7 месяцев. Предварительная обработка данных путем логарифмирования привела к получению следующих результатов:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
In y	2,10	2,11	2,13	2,17	2,22	2,28	2,31

Задание

1. Постройте уравнение экспоненциального тренда.
2. Дайте интерпретацию его параметров.

Задача 3

Имеются данные об урожайности зерновых в хозяйствах области:

Год	Урожайность зерновых, ц/га
1	10,2
2	10,7
3	11,7
4	13,1
5	14,9
6	17,2
7	20,0
8	23,2

Задание

1. Обоснуйте выбор типа уравнения тренда.
2. Рассчитайте параметры уравнения тренда.
3. Дайте прогноз урожайности зерновых на следующий год.

Задача 4

Имеются следующие данные об уровне безработицы y_t (%) за 8 месяцев:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	8,8	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,0

Задание

1. Определите коэффициенты автокорреляции уровней этого ряда первого и второго порядка.

2. Обоснуйте выбор уравнения тренда и определите его параметры.
3. Интерпретируйте полученные результаты.

Задача 5

Пусть имеется следующий временной ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	20	10

Известно также, что $\sum x_t = 150$, $\sum x_t^2 = 8100$, $\sum x_t x_{t-1} = 7350$

Задание

1. Определите коэффициент автокорреляции уровней этого ряда первого порядка.
2. Установите, включает ли исследуемый временной ряд тенденцию.
- 3.

Задача 6

Экспорт, импорт, внешнеторговый оборот стран А и Б за 1981 - 2015 гг. характеризуются следующими данными.

Год	Страна А, млн. ден. ед			Страна Б, млн. ден. ед		
	Экспорт	Импорт	Внешне- торговый оборот	Экспорт	Импорт	Внешне- торговый оборот
1981	44	43	87	202	209	411
1982	47	46	93	219	221	440
1983	51	51	102	239	248	487
1984	56	56	112	278	283	561
1985	62	63	125	306	305	611
1986	67	71	138	328	337	665

1987	72	74	146	352	351	703
1988	79	80	159	402	400	802
1989	95	91	186	483	474	957
1990	117	131	248	562	533	1095
1991	129	126	255	609	581	1190
1992	146	144	290	683	633	1316
1993	166	164	330	846	811	1657
1994	204	206	410	1116	1109	2225
1995	209	205	414	1065	1061	2126
1996	236	247	483	1266	1261	2527
1997	257	278	535	1474	1499	2973
1998	281	280	561	1540	1570	3110
1999	328	332	660	1798	1866	3664
2000	366	386	752	2026	2125	4151
2001	405	419	824	2286	2357	4643
2002	431	412	843	2640	2694	5334
2003	450	434	884	2924	2864	5788
2004	498	496	994	3337	3277	6614
2005	549	547	10%	3479	3379	6858
2006	523	510	1033	3367	3187	6554
2007	527	520	1047	3477	3334	6811
2008	590	584	1174	3900	3719	7619
2009	669	661	1330	4498	4320	8818
2010	737	720	1457	4660	4506	9166
2011	775	758	1533	4846	4658	9504
2012	792	772	1564	4980	4713	9693
2013	787	773	1560	5012	4674	9686
2014	835	842	1677	5491	5108	10599

2015	887	911	1798	5764	5377	11141
------	-----	-----	------	------	------	-------

Задание

1. По каждому ряду постройте график динамики.
2. Проведите расчет параметров трендов разной формы.
3. Оцените качество каждого тренда через среднюю ошибку аппроксимации, линейный коэффициент автокорреляции отклонений.
4. Оцените статистическую значимость трендов через F-критерий, значимость параметров тренда - через t-критерий.
5. Выберите лучшую форму тренда и выполните по ней точечный прогноз на 2020 г.
6. Оцените ошибку прогноза и постройте доверительный интервал прогноза для уровня значимости 0,05.

Задача 7

Имеются поквартальные данные по розничному товарообороту России в 2000 - 2015 гг.

Номер квартала	Товарооборот, % к предыдущему периоду	Номер квартала	Товарооборот, % к предыдущему периоду
1	100,0	11	98,8
2	93,9	12	101,9
3	96,5	13	113,1
4	101,8	14	98,4
5	107,8	15	97,3
6	96,3	16	102,1
7	95,7	17	97,6
8	98,2	18	83,7
9	104,0	19	84,3

10	99,0	20	88,4
----	------	----	------

Задание

1. Постройте график временного ряда.
2. Постройте мультипликативную модель временного ряда.
3. Оцените качество модели через показатели средней абсолютной ошибки и среднего относительного отклонения.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

8-ТЕМА. ПРИКЛАДНЫЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Задача 1

Имеются данные об объеме экспорта из страны А за 2010-2015 гг.

Номер квартала	Экспорт, млрд. долл., цены FOB	Номер квартала	Экспорт, млрд. долл., цены FOB
I	4087	13	6975
2	4737	14	6891
3	5768	15	7527
4	6005	16	7971
5	5639	17	5875
6	6745	18	6140
7	6311	19	6248
8	7107	20	6041
9	5741	21	4626
10	7087	22	6501
11	7310	23	6284
12	8600	24	6707

Задание

1. Постройте график временного ряда.

2. Постройте аддитивную и мультипликативную модели временного ряда.
3. Оцените качество каждой модели через показатели средней абсолютной ошибки и среднего относительного отклонения. Выберите лучшую модель.

Задача 2

Для прогнозирования объема продаж компании ABC (млн. руб.) на основе поквартальных данных за 2010-2015 гг. была построена аддитивная модель временного ряда объема продаж. Уравнение, моделирующее динамику трендовой компоненты этой модели, имеет вид: $T = 100 + 2 \cdot t$ (при построении тренда для моделирования переменной времени использовались натуральные числа, начиная с 1). Показатели за 2014 г., полученные в ходе построения аддитивной модели, представлены в таблице.

Время года	Фактический объем продаж в 2014 г.	Компонента, полученная по аддитивной модели		
		трендовая	сезонная	случайная
Зима	100			+4
Весна			10	+5
Лето	150		25	
Осень				

Задание

Определите недостающие в таблице данные, учитывая, что объем продаж компании ABC за 2014 г. в целом составил 490 млн. руб.

Задача 3

Имеются данные о разрешениях на строительство нового частного жилья, выданных в США в 2010-2014 гг., % к уровню 2000 г. .

Месяц	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.
Январь	72,9	61,4	71 *2	78,3	86,4
Февраль	113,4	51,0	69,9	76,4	87,5
Март	86,2	55,3	74,3	74,5	80,2
Апрель	80,8	59,1	70,2	68,5	84,3
Май	73,7	59,5	68,4	71,6	86,8
Июнь	69,2	64,3	68,5	72,1	86,9
Июль	71,9	62,5	68,6	73,3	85,2
Август	69,9	63,1	70,6	76,2	85,0
Сентябрь	69,4	61,2	69,7	79,8	87,5
Октябрь	63,3	63,2	72,3	81,2	90,0
Ноябрь	60,0	64,3	73,5	83,5	88,4
Декабрь	61,0	63,9	72,5	88,0	85,7

Задание

1. Рассчитайте трендовую и сезонную компоненты.
2. Постройте аддитивную модель этого ряда.
3. Постройте автокорреляционную функцию временного ряда количества разрешений на строительство частного нового жилья. Охарактеризуйте структуру этого ряда.

Задача 4

На основе помесечных данных о потреблении электроэнергии в регионе (млн. кВт.-ч) за последние 3 года была построена аддитивная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за соответствующие месяцы приводятся ниже:

январь	+ 25	май	-32	сентябрь	+2
февраль	+10	июнь	-38	октябрь	+15
март	+6	июль	-25	ноябрь	+27
апрель	-4	август	-18	декабрь	?

Уравнение тренда выглядит следующим образом:

$$T = 300 + 1,5 t$$

(при расчете параметров тренда для моделирования переменной времени использовались натуральные числа $t = 1:36$).

Задание

1. Определите значение сезонной компоненты за декабрь.
2. На основе построенной модели дайте точечный прогноз ожидаемого потребления электроэнергии в течение первого квартала следующего года.

Задача 5

На основе поквартальных данных об уровне безработицы в летнем курортном городе (% от экономически активного населения) за последние 5 лет была построена мультипликативная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за каждый квартал приводятся ниже:

$$\begin{array}{ll} \text{I квартал} \dots 1,4 & \text{III квартал} \dots 0,7 \\ \text{II квартал} \dots 0,8 & \text{IV квартал} \dots - \end{array}$$

Уравнение тренда выглядит следующим образом:

$$T = 9,2 - 0,3t$$

(при расчете параметров тренда для нумерации кварталов использовались натуральные числа $t = 1 + 20$).

Задание

1. Определите значения сезонной компоненты за IV квартал.
2. На основе построенной модели дайте точечные прогнозы уровня безработицы на I и II квартал следующего года

Задача 6

Изучается зависимость объема продаж бензина (y_t) от динамики потребительских цен. Полученные за последние 6 кварталов данные представлены в таблице

Показатель	1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.	5 кв.	6 кв.
Индекс потребительских цен, %к кварталу 1	100	104	112	117	121	126
Средний за день объем продаж бензина в течение квартала, тыс. я	89	83	80	77	75	72

Известно также, что $\sum x_t = 680$, $\sum y_t = 476$, $\sum x_t y_t = 53648$, $\sum x_t^2 = 77566$.

Задание

1. Постройте модель зависимости объема продаж бензина от индекса потребительских цен с включением фактора времени.
2. Дайте интерпретацию параметров полученной вами модели.

Задача 7

Годовое потребление товара А и доходы населения (тыс. руб.) за 2007-2015 гг. приведены в табл.

Показатель	2007 г.	2008 г.	2009г.	2010г.	2011 г	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
Потребление	46	50	54	59	62	67	75	86	100
Доходы	53	57	64	70	73	82	95	110	127

Задание

1. Определите уравнение регрессии, включив в него фактор времени, если известно, что $\sum x_t = 680$, $\sum y_t = 476$, $\sum x_t y_t = 53648$, $\sum x_t^2 = 77566$.
2. Интерпретируйте полученные результаты.

Задача 8

В табл. 4.18 приводятся данные об уровне дивидендов, выплачиваемых по обыкновенным акциям (в процентах), и среднегодовой стоимости основных фондов компании (X, млн. руб.) в сопоставимых ценах за последние девять лет.

Показатель	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднегодовая стоимость основных фондов	72	75	77	77	79	80	78	79	80
Дивиденды по обыкновенным акциям	4,2	3,0	2,4	2,0	1,9	1,7	1,8	1,6	1.,

Задание

1. Определите параметры уравнения регрессии по первым разностям и дайте их интерпретацию. В качестве зависимой переменной используйте показатель дивидендов по обыкновенным акциям.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

9-ТЕМА: ПРИМЕНЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Задача 1

В таблице приводятся данные о потреблении и личных доходах населения за 2009-2015 гг.

Показатель	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
Потребление, тыс. долл.	300	310	325	340	350	370	385
Личные доходы, тыс. долл.	335	340	360	378	400	417	430

Задание

1. Постройте уравнение линейной регрессии, используя метод первых разностей.
2. Охарактеризуйте тесноту связи между рядами по их уровням, по первым разностям. Сделайте выводы.

Задача 2

Имеются данные за десять лет (2007-2016 гг.) о производительности труда и электровооруженности труда на одном из предприятий промышленности области.

Показатель	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Среднегодовая выработка продукции на 1 рабочего, уел. ед., у	28,7	31,7	31,7	32,6	33,9	31,2	33,3	42,6	46,0	49,9
Электровооруженность, кВт. ч/чел.-ч, х	3,33	3,39	3,50	3,63	3,81	3,84	3,88	4,07	4,12	4,17

Результаты аналитического выравнивания привели к следующим уравнениям трендов для каждого из рядов:

а) для временного ряда производительности труда:

$$y_t = 33,19 + 1,04 t + 0,09 t^2 \quad (t = -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9);$$

б) для временного ряда электровооруженности:

$$x_t = 3,774 + 0,049 t \quad (t = -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9).$$

Задание

1. Определите коэффициент корреляции между временными рядами, используя непосредственно исходные уровни, первые разности для электровооруженности и вторые разности для производительности труда, отклонения от основной тенденции.
2. Объясните различия полученных результатов.
3. Рассчитайте коэффициент автокорреляции внутри каждого временного ряда.

Задача 3

На основе данных за последние 20 лет изучается зависимость между уровнем дивидендов по обыкновенным акциям y (%) от прибыли компании x (тыс. долл.). Имеется следующая информация:

1) результаты аналитического выравнивания рядов:

тренд в форме параболы второго порядка

а) для ряда Y_t : $Y_t = 0,8 + 0,3t - 0,05t^2$, ($R^2 = 0,95$);

б) для ряда X_t : $Y_t = 3 - 0,65t - 0,01t^2$, ($R^2 = 0,85$);

линейные тренды

а) для ряда: Y_t : $Y_t = 2 + 0,05t$ ($R^2 = 0,38$);

б) для ряда X_t : $Y_t = 0,65 + 0,8t$ ($R^2 = 0,24$);

(R^2 - коэффициент детерминации);

2) коэффициенты корреляции:

по исходным данным уровням рядов - 0,98;

по отклонениям от трендов в форме параболы второго порядка - 0,78;

по отклонениям от линейных трендов - 0,45;

по первым разностям - 0,42;

по вторым разностям - 0,84.

Задание

1. Есть ли взаимосвязь между исследуемыми временными рядами? Если есть, укажите ее количественную характеристику (характеристики). Ответ обоснуйте.

2. Поясните причины различий полученных мер тесноты связи.

Задача 4

Администрация торговой фирмы интересуется, есть ли взаимосвязь между объемом продаж и удельным весом женщин среди работников компании. Для этого были собраны данные за последние девять лет

Показатель	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Объем продаж, тыс. долл., у,	378	385	393	403	414	428	444	462	481
Удельный вес женщин среди работников компании, %, x_t	25	24	27	30	31	29	31	33	34

Известны также следующие данные: $\Sigma y_t = 3788$, $\Sigma y_t^2 = 1604488$, $\Sigma x_t = 264$, $\Sigma x_t^2 = 78388$, $\Sigma x_t y_t = 112001$.

Уравнения трендов для каждого из рядов составили:

а) для ряда x_t ,

$$x_t = 23,5 + 1,17t;$$

б) для ряда y_t ,

$$y_t = 374,14 + 3,33t + 0,95t^2$$

Задание

1. Определите коэффициент корреляции между изучаемыми рядами по их уровням.
2. Определите коэффициент корреляции между изучаемыми рядами по отклонениям от указанных выше линейного и параболического трендов соответственно.
3. Выбрав одну из полученных мер в пп. 1 и 2, охарактеризуйте тесноту связи между временными рядами объемов продаж и долей женщин среди работников компании. Обоснуйте ваш выбор.

Задача 5

Имеются данные об экспорте и импорте Германии, млрд. долл. США, за 2004-2015 гг.

Год	Экспорт	Импорт	Год	Экспорт	Импорт
2004	184	158	2010	403	390
2005	243	191	2011	422	402
2006	294	228	2012	382	346
2007	323	280	2013	430	385

2008	341	270	2014	524	464
2009	410	346	2015	521	456

Задание

1. Постройте график одновременного движения экспорта и импорта Германии.
2. Постройте по каждому ряду тренды и выберите лучший из них.
3. Постройте уравнение регрессии и оцените тесноту и силу связи двух рядов (по отклонениям от тренда и по множественной регрессионной модели с включением в нее фактора времени).

Задача 6

В таблице указаны остатки регрессии.

Год	Остатки	Год	Остатки	Год	Остатки
2008	-0.7	1984	0	2012	0.0
2009	0	1985	0.3	2013	0,3
2010	-0,2	1986	-0.1	2014	0,3
2011	0.9	1987	-0.1	2015	-0.1

Задание

1. Оцените автокорреляцию остатков.
2. Примените критерий Дарбина - Уотсона и сделайте выводы относительно рассматриваемой регрессии.
3. Что вы можете сказать относительно автокорреляции в остатках по моделям А и Б? Ответ обоснуйте.
4. Какая из двух моделей лучше? Ответ обоснуйте.

Задача 7

Изучается зависимость объема ВВП Y_t (млрд долл.) от уровня прибыли в экономике x_t (млрд долл.) по данным за 30 лет. Была получена следующая модель:

$$Y_t = -5 + 1,5X_t + 2 X_{t-1} + 4 X_{t-2} + 2,5 X_{t-3} + 2 X_{t-4} + \varepsilon$$
$$R^2 = 0,9, \quad d = 2,65$$

Задание

1. Проанализируйте полученные результаты регрессионного анализа: определите краткосрочный и долгосрочный мультипликаторы, охарактеризуйте структуру лага.
2. Перечислите основные эконометрические проблемы, возникающие при построении моделей с распределенным лагом.

Задача 8

По результатам изучения зависимости удельных постоянных затрат (коп.) от инвестиций в НИОКР (млн. руб.) по некоторому виду продукции администрация компании получила следующую модель по данным за последние 38 лет:

$$Y_t = 231 - 0,2 X_{t-1} - 0,15X_{t-2} - 0,5X_{t-3} + u_t \quad R^2 = 0,87.$$

Задание

1. Каковы ваши предположения относительно структуры лага в этой модели?
2. Дайте интерпретацию параметров этой модели.

Задача 9

Предположим, по данным о динамике показателей сбережений населения и дохода в городе была получена модель авторегрессии, описывающая зависимость сбережений в среднем на душу населения за год S_t (млн руб.) от

среднедушевого совокупного годового дохода Y , (млн руб.) и сбережений предшествующего года S :

$$S_t = -53 + 0,12 Y_t + 0,03 S_{t-1} + \varepsilon$$

Задание

Определите краткосрочную и долгосрочную склонность к накоплению.

Содержание самостоятельной работы по дисциплине «Основы эконометрики»

1	Предмет, метод, задачи и основные понятия основы эконометрики
2	Информационное обеспечение эконометрических моделей и основные требования предъявляемые к ним
3	Методология применения метода наименьших квадратов для определения параметров эконометрических моделей
4	Оценка достоверности эконометрической модели и значимость её параметров
5	Линейное и нелинейное эконометрическое моделирование
6	Многочисленный эконометрический анализ
7	Особенности пакетов, применяемых в эконометрическом моделировании
8	Построение аддитивной и мультипликативной эконометрической модели
9	Изучение макроэкономических индикаторов с использованием производственной функции
10	Особенности использования прикладных эконометрических моделей и прикладных программных пакетов в экономике
11	Осуществление эконометрического анализа и прогнозирование основных показателей с учетом изменения конъюнктуры рынка товаров
12	Анализ и прогнозирование эконометрических процессов на основе эконометрического моделирования
13	Особенности статистической оценки взаимосвязи во временных рядах
14	Использование эконометрической модели при определении объема рынка
15	Выбор модели в нелинейной регрессии и оценка параметров
16	Моделирование сезонных и циклических колебаний
17	Построение эконометрической модели спроса и предложения товаров и прогнозирование на 5 летний срок
18	Оценка надежности результатов многомерной регрессии и корреляции
19	Этапы использования эконометрических моделей в анализе эффективности экономических процессов
20	Методы прогнозирования эконометрических моделей

Рекомендуемые темы самостоятельной работы -1

1. Парная линейная регрессионная модель;
2. Многомерная линейная регрессионная модель;
3. Оценка существенности линейных моделей и точности их параметров;
4. Нелинейная регрессионная модель;
5. Выбор модели и оценка параметров в нелинейной регрессии;
6. Особенности статистической оценки взаимосвязи в временных рядах;
7. Статистические особенности метода наименьших квадратов;
8. Многомерные и частные коэффициенты корреляции;
9. Оценка достоверности многомерной регрессии и корреляции;
10. Криволинейные статистические соотношения;
11. Сопоставления и оценка коэффициентов корреляции;
12. Этапы анализа качества экономических процессов с использованием эконометрических моделей;
13. Определения эффективности компенсации в эконометрических моделях;
14. Определение граничных и средних значений производственных функций;

15. Методы прогноза экономических процессов;
16. Определение достоверности эконометрических моделей и их параметров;
17. Статистическая сущность дисперсионного анализа в эконометрических моделях;
18. Моделирование сезонных и циклических колебаний
19. Моделирование тенденции временных рядов при структурных изменениях
20. Динамические эконометрические модели
21. История возникновения предмета эконометрики
22. Система измерений применяемые в эконометрике
23. Методы изучения балансовых соотношений в экономике
24. Эластичность в экономических исследованиях
25. Эконометрические модели производства в экономики
26. Эконометрические модели оптимизации в экономике.

Рекомендуемые темы самостоятельной работы -2

1. Система регрессионных уравнений и их применения в экономике
2. Построения линейных регрессионных уравнений и способы их оценки
3. Прогнозирования с помощью регрессионных уравнений
4. Моделирования экономических процессов с помощью нелинейных регрессионных уравнений
5. Пути использования корреляционно-регрессионных моделей в экономическом анализе и оценки прогнозных решений
6. Оценка и анализ уравнений многомерных регрессии
7. Определения динамики тренда методом наименьших квадратов
8. Методы определения автокорреляции в рядах динамики
9. Методы измерения корреляции в рядах динамики
10. Методологически вопросы в эконометрическом анализе
11. Методы оценки тесноты связи между социально-экономическими явлениями
12. Методы использования эконометрического моделирования при оценке эффективности многоотраслевой экономики
13. Корреляционно-регрессионный анализ эффективности деятельности предприятий
14. Эконометрические модели задач связанные производственными функциями
15. Методы построения многофакторной регрессионной модели
16. Вопросы применения эластичности в экономике
17. Математические модели динамики экономических явлений и процессов
18. Методы изучения взаимосвязи экономических процессов в рядах динамики
19. Моделирования сезонных и циклических тенденции в экономических процессах на основании временных рядов
20. Моделирования экономических процессов с использованием систем уравнений одновременно выражающий взаимосвязи переменных
21. Эконометрическое моделирования производственных процессов
22. Эконометрические методы решения вопросов оптимизации в экономике

ГЛОССАРИЙ

ГЛОССАРИЙ

1-ТЕМА. ПРЕДМЕТ, МЕТОД, ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ

Термин на русском	Термин на английском	Термин на узбекском	Значение термина
Эконометрика	Econometrics	Ekonometrika	Наука, изучающая количественные и качественные экономические взаимосвязи с помощью математических и статистических методов и моделей
Теоретическая эконометрика	Theoretical econometrics	Nazariy ekonometrika	Теоретическая эконометрика касается разработки соответствующих методов измерения экономических отношений, определенные эконометрических моделей.
Прикладная эконометрика	Applied econometrics	Amaliy ekonometrika	В прикладной эконометрики используется инструменты теоретических эконометрики изучить некоторые специальные поля экономики и бизнеса, такие как функции производства, инвестиционной функции, функций спроса и предложения, теории портфеля
Классическая эконометрика	Classical Econometrics	Klassik ekonometrika	В классической эконометрике рассматривают два вида данных: пространственная выборка или перекрёстные данные cross-sectional data
Метод наименьших квадратов	Ordinary Least Squares	Eng kichik kvadratlar usuli	Математическо-статистический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомым переменных.
Прогнозирование	Forecasting	Bashoratlash	Это разработка прогноза; в узком значении – специальное научное исследование конкретных перспектив дальнейшего развития какого-либо процесса.
Гипотеза	Hypothesis	Gipoteza	Предположение или догадка; утверждение, предполагающее доказательство, в отличие от аксиом, постулатов, не требующих

			доказательств.
Распределение	Distribution	Taqsimot	Метод статистического описания данных (измеренных значений, характерных значений).
Регрессионный анализ	Regression analysis	Regression tahlil	Статистический метод исследования зависимости между зависимой переменной Y и одной или несколькими независимыми переменными X_1, X_2, \dots, X_p
Анализ временных рядов	Time series analysis	Vaqtli qatorlar tahlili	Совокупность математико-статистических методов анализа, предназначенных для выявления структуры временных рядов и для их прогноза
Панельный анализ	Panel analysis	Panel tahlili	Панельные данные представляют собой прослеженные во времени пространственные микроэкономические выборки, то есть они состоят из наблюдений одних и тех же экономических единиц, которые осуществляются в последовательные периоды времени. Панельные данные насчитывают три измерения: признаки - объекты - время

2-ТЕМА. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К НИМ

Термин на русском	Термин на английском	Термин на узбекском	Значение термина
Информация	Information	Axborat	Слово «информация» в переводе с латинского языка означает осведомленность, давать сведения о чем-либо.
Статистическая информация	Statistic information	Statistik ma'lumot	<i>Статистическая информация</i> (статистические данные) — первичный статистический материал, формирующийся в процессе статистического наблюдения, который затем подвергается систематизации, сводке, обработке, анализу и обобщению.
Статистическое наблюдение	Statistic observation	Statistik kuzatuv	<i>Статистическое наблюдение</i> — это начальная стадия экономико-статистического исследования.
Статистическая	Statistic	Statistik jamlash	<i>Статистическая сводка</i> —

сводка	Collecting		систематизация единичных фактов, позволяющая перейти к обобщающим показателям, относящимся ко всей изучаемой совокупности и ее частям, и осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых явлений и процессов.
Критерий Дарбина-Уатсона	The criterion of the Durbin-Watson	Darbin Uatson mezon	Статистический Критерий, используемый для тестирования автокорреляции первого порядка элементов исследуемой последовательности. Наиболее часто применяется при анализе временных рядов и остатков регрессионных моделей.
Модель регрессии со скользящим средним	Autoregressive moving-average model	Sirg'anchiq o'rtachali regression model	Одна из моделей, использующихся для анализа и прогнозирования стационарных временных рядов в статистике. Модель ARMA обобщает две более простые модели временных рядов-модель авторегрессии (AR) и модель скользящего среднего (MA).
Коинтеграция	Cointegration	Kointegratsiya	Под коинтеграцией понимается причинно-следственная зависимость в уровнях двух (или) более временных рядов, которая выражается в совпадении или противоположной направленности их тенденций и случайной колеблемости
Стационарный временной ряд	The stationary time series	Statsionar vaqtli qator	Ряд содержащий только случайную компоненту имеющий постоянную дисперсию на длительном промежутке времени
Критерий Энгеля-Грангера	Criterion Engel-Granger	Engel-Granger mezon	Один из методов тестирования гипотезы о коинтеграции временных рядов

Метод Монте-Карло	Monte Carlo method	Monte-Karlo usuli	Общее название группы численных методов, основанных на получении большого числа реализаций стохастического (случайного) процесса, который формируется таким образом, чтобы его вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи
Мультиколлениарность	Multicollinearity	Multikollinearlik	В эконометрике (регрессионный анализ) - наличие линейной зависимости между объясняющими переменными (факторами) регрессионной модели. При этом различают полную коллинеарность, которая означает наличие функциональной (тождественной) линейной зависимости и частичную или просто мультиколлениарность - наличие сильной корреляции между факторами

3-ТЕМА. ПАРНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Термин на русском языке	Термин на английском языке	Термин на узбекском языке	Значение термина
Линейная регрессия	Non-linear regression	Чизикли регрессия	т.е. с помощью соответствующих преобразований может быть приведена к линейному виду
Относительные издержки	Relative costs	Nisbiy xarajatlar	или удельные определяются как отношение суммарных издержек к объему производства
Пространственные (структурные) ряды	Cross-sectional data	Tuzilmaviy qatorlar	ряды, представляющие собой совокупность значений одного признака в разных экономических группах (структура производства по секторам, отраслям)
Предельный продукт	Marginal product	Marjinal mahsulot	отношение прироста валового продукта к приросту рабочей силы

Принципы эконометрики	Principles of econometrics	Ekonometrika tamoyillari	правильная постановка проблемы, системная направленность, учет рыночной неопределенности, улучшение имеющихся альтернатив и поиск новых.
Перспективная экстраполяция -	Perspective extrapolation	Perspektiv ekstropoloyatsiya	предполагает продолжение ряда динамики на будущее, на основе выявления закономерности изменений уровней ряда в изучаемый период времени.
Предметом эконометрики	The subject of econometrics	Ekonometrika predmeti	являются факты, формирующие развитие экономических процессов и явлений.
Производственная функция	Production function	Ishlab chiqarish funktsiyasi	характеризует связь между производственными факторами и величиной продукта.
Предложение	Supply	Taklif	определяется сферой материального производства и может быть изучено на основе производственных функций.
Ретроспективная экстраполяция -	Retrospective extrapolation	Retrospektiv ekstropoloyatsiya	продолжение уровней временного ряда в прошлое.
Рядами динамики	Time series	Dinamika qatorlari	(временными, хронологическими рядами) называют упорядоченные статистические данные по времени их получения.
Системы одновременных уравнений	System of simultaneous equations	Bir vaqtli tenglamalar sistemasi	системы, которые могут состоять из тождеств и регрессионных уравнений, каждое из которых может, кроме объясняющих переменных, включать в себя также объясняемые переменные из других уравнений системы.
Спрос	Demand	Talab	определяется в сфере конечного потребления и зависит от величины доходов, уровня цен и т.п.
Сезонные колебания	Seasonal adjustment	Mavsumiy tebranishlar	это колебания, периодически повторяющиеся в некоторое определенное время каждого года, месяца, дня или его

			часа.
Состоятельность оценок	Consistency of estimator	Baholash	характеризует увеличение их точности с увеличением объема выборки.
Стохастические модели	Stochastic models	Stohastik modellar	допускают наличие случайных воздействий на исследуемые показатели. Такой вид зависимости называется корреляционным
Тенденция автокорреляции	Trends of autocorrelation	Avtokorrelyatsiya tendensiyasi	характеризует изменения связи между отдельными уровнями ряда динамики
Тенденция дисперсии	Trends of dispersion	Dispersiya trendi	представляет собой тенденцию изменения отклонений между эмпирическими уровнями и детерминированной компонентой ряда
Функциональные связи	Functional relations	Funksional bog'lanish	это связи, когда изменение результивного признака всецело обусловлено действием факторного признака.
Тренд	Trends	Trend	это длительная тенденция изменения стохастического процесса, определяющая общее направление развития, основную тенденцию изменения экономических показателей, их временных рядов, характеристика основной закономерности движения во времени, в некоторой мере свободной от случайных воздействий.
Циклические или периодические колебания	Cyclic or fluctuations	Tsiklik yoki davriy tebranishlar	состоят в том, что значение изучаемого признака в течение какого-то времени возрастает, достигая определенного максимума, затем понижается, достигая определенного минимума, вновь возрастает до прежнего значения и т.д.
Цифровые метки,	Digital marks	Raqamli belgilar (fiktiv	т.е. качественные переменные,

		o'zgaruvchilar)	преобразованные в количественные. Такого рода переменные в эконометрике принято называть фиктивными переменными.
Частные уравнения регрессии	Quotient of regression equation	Regressiyaning xususiy tenglamalari	уравнения регрессии, которые связывают результативный признак с соответствующими факторами x при закреплении других учитываемых во множественной регрессии факторов на среднем уровне.
Эндогенные переменные	Endogenous variable	Endogen o'zgaruvchilar	переменные, формирующие свои значения внутри модели.
Экзогенные переменные	Exogenous variable	Ekzogen o'zgaruvchilar	переменные, формирующие свои значения вне модели.
Эластичностью экономического показателя	Elasticity of economic data	Iqtisodiy ko'rsatkichning elastikligi	называется его способность реагировать в большей или меньшей степени на изменение другого показателя. Эластичность объема производства по некоторому фактору определяется как отношение темпов прироста объема производства к темпам прироста этого фактора.
Эконометрической моделью	Econometric model	Ekonometrik model	называется совокупностью уравнений, описывающих связи между некоторыми экономическими показателями. Соотношения могут быть стохастическими (случайными) и детерминированными (зависящими от чего либо).
Экстраполяция	Extrapolation	Ekstropolyatsiya	метод научного исследования, заключающийся в распространении выводов, полученных из наблюдений над одной частью явления на другую ее часть.

4-ТЕМА. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ЗНАЧИМОСТЬ ЕЁ ПАРАМЕТРОВ

Термин на русском языке	Термин на английском языке	Термин на узбекском языке	Значение термина
Много факторный корреляция	Many factor korrelyatsiya	Ko'p omilli korrelyatsiya	Это-влияние нескольких факторов на результативный признак.
Дисперсия	Dispersion	Dispersiya	Характеристика степени рассеивания (вариации) случайной величины x . Для количественных переменных определяется как средней квадрат отклонений значений переменной x от ее средней величины
Линейный коэффициент корреляции	The linear correlation coefficient	Chiziqli korrelyatsiya koeffisenti	Применяется для измерения тесноты связи только при линейной форме связи
Корреляционный анализ	Correlation analysis	Korrelyasion tahlil	Имеет своей задачей количественное определение тесноты связи между признакам
Регрессионный анализ	Regression analysis	Regression tahlil	Заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины, обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин.
Спецификации модели	Specification	Modelning o'ziga xosligi	Формулировка вида модели, исходя из соответствующей теории связи между переменными
Число степеней свободы	The number of degrees of freedom	Erkin o'zgaruvchilar soni	Связано с числом единиц совокупности и с числом определяемых по ней констант. Применительно к исследуемой проблеме число степеней свободы должно показать, сколько независимых отклонений из n возможных $[(y_1 - \bar{y}), (y_2 - \bar{y}), (y_n - \bar{y})]$ требуется для образования данной суммы квадратов.
Табличное значение F-критерия	The tabular value F- test	F-kreteriyani jadvaldagi mohiyati	Это максимальная величина отношения дисперсий, которая может иметь место при случайном их расхождении для данного уровня вероятности наличия нулевой гипотезы.
Стандартная	The standard	Regressiya	Определяется по формуле

ошибка коэффициента регрессии	error of the regression coefficient	koeffisenti-ning standart xatosi	$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}}$
Ранг	Rank	Rang	Это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин.
Ранговая корреляция	Rank correlation	Rangli korrelyatsiya	Если генеральная совокупность, из которой берется выборка, не подчиняется нормальному или близкому к нему закону распределения, то применяются методы ранговой корреляции.
Автокорреляция	Autocorrelation	Avtokorrelyatsiya	Соотношение взаимозависимости последующих уровней ряда динамики от предшествующих.
Авторегрессия	Autoregression	Avtoregressiya	Описывающая зависимость последующих уровней ряда динамики от предшествующих.
Средняя ошибка аппроксимации	The average Error of approximation	Approksimasiya ning o`rtacha xatosi	Среднее отклонение расчетных значений от фактических.
Ранжирование	Ranging	Ranjirlash	Это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения.
Прогнозирование	Forecasting	Bashoratlash	Это оценка будущего на основе всестороннего анализа тенденций развития социально-экономических явлений и их взаимосвязей

5-ТЕМА. МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Термин на русском языке	Термин на английском языке	Термин на узбекском языке	Значение термина
Временной ряд	Time series	Vaqtli qatorlar	это ряд значений статистического показателя, упорядоченного во времени.
Гармонический анализ	Harmonic analysis	Garmonik tahlil	нахождение конечной суммы уровней с использованием

			функций косинусов и синусов времени.
Гомоскедастичность	Homoscedastic	Gomoskedatlilik	дисперсия каждого отклонения ε одинакова для всех значений x .
Задачей эконометрики	The objective of econometrics	Ekonometrika vazifasi	является оценка направлений действий на достижение и повышение экономической эффективности и, кроме того, прогнозирование путей развития макро и микроэкономических факторов.
Индекс множественной корреляции	Index of multiple correlation	Ko'p omilli korrelyatsiya indeksi	характеризует тесноту связи рассматриваемого набора факторов с исследуемым признаком, оценивает тесноту совместного влияния факторов на результат.
Индекс сезонности	Seasonality index	Mavsumiylik indeksi	это процентное отношение фактических внутригодовых уровней и постоянной или переменной средней.
Интерполяция	Interpolation	Interpolyatsiya	применяется на этапе предварительной обработки данных и предполагает определение значений уровней ряда внутри заданного интервала.
Критерии эконометрики -	Criteria of econometrics	Ekonometrika mezonlari	цель, альтернативы, затраты, эффективность.
Корреляционные связи	Correlation	Korrelyatsion bog'lanish	это связи, когда изменение результативного признака обусловлено влиянием факторного признака не всецело, а лишь частично, так как возможно влияние прочих факторов

Коллинеарными	Collinearity	Kolleniarlik	называются две переменные, которые находятся между собой в линейной зависимости.
Коэффициент детерминации	Coefficient of determination	Determinatsiya koefitsiyenti	характеризует долю дисперсии результативного признака y , объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака.
Коэффициент эластичности	Elasticity coefficient	Elastiklik koefitsiyenti	показывает, на сколько процентов изменится в среднем результат, если фактор изменится на 1%.
β –коэффициент линий регрессии	β – coefficient of regression line	Regressiya chizig'ining β -koefitsiyenti	характеризует наиболее крупные резервы улучшения изучаемого признака
Метод наименьших квадратов	Method of least squares	Eng kichik kvadratlar usuli	согласно которому сумма отклонений фактических значений результативных показателей от теоретических, найденных по уравнению связи ,должна быть минимальной.
Мульти коллинеарность	Multycollinearity	Multikolleniarlik	когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью
Эконометрика	Econometrics	Ekonometrika	наука, которая дает количественное выражение взаимосвязей экономических процессов и явлений.

6-ТЕМА.ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ВИДЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Термин на русском языке	Термин на английском языке	Термин на узбекском языке	Значение термина
-------------------------	----------------------------	---------------------------	------------------

<p>Модель национальной экономики</p>	<p>National Economy Model</p>	<p>Milliy iqtisodiyot modeli</p>	<p>Многозначный термин, который чаще всего обозначает:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. способность страны добиться высоких темпов экономического роста, которые были бы устойчивы в среднесрочной перспективе; 2. уровень производительности факторов производства в данной стране; 3. способность компаний данной страны успешно конкурировать на тех или иных международных рынках. <p>В рамках первых двух определений повышение национальной конкурентоспособности отождествляется с ростом жизненных стандартов и ускорением экономического роста.</p>
<p>Коэффициент Спирмэна</p>	<p>Coefficient Spirmen</p>	<p>Spirmen koeffitsienti</p>	<p>Назначение рангового коэффициента корреляции Метод ранговой корреляции Спирмена позволяет определить тесноту (силу) и направление корреляционной связи между двумя признаками или двумя профилями (иерархиями) признаков.</p>
<p>Коэффициент конкордация</p>	<p>Coefficient concordance</p>	<p>Konkordatsiya koeffitsienti</p>	<p>это некоторое число от 0 до 1, характеризующее степень согласованности мнений экспертов (в виде рангов) по</p>

			совокупности критериев. Подробнее:
Корреляционное отношение	Correlation attitude (relatively)	Korrelyatsion nisbat	В случае наличия линейной или нелинейной зависимости между двумя признаками для измерения тесноты связи применяют корреляционное отношение.
Корреляционный анализ	Correlation analysis	Korrelyatsion tahlil	корреляционная зависимость — статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений другой или других величин. ¹
Общая дисперсия	General dispersion	Umumiy dispersiya	Общей дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонений значений признака, принадлежащих всей совокупности, от их общего среднего
Остаточная дисперсия	Residual dispersion	Qoldiq dispersiya	Остаточная дисперсия - это общая сумма квадратов отклонений расчетных значений от фактических (объем остаточной вариации) , разделенная на число наблюдений. Остаточная дисперсия показывает, что на изучаемый признак

			действуют другие признаки.
Структурные уравнения	Structural equation	Tuzilmaviy tenglamalar	Наметившийся в последнее время прогресс в области многомерного статистического анализа и анализа корреляционных структур, объединенный с новейшими вычислительными алгоритмами, послужил отправной точкой для создания новой, но уже получившей признание, техники Моделирования структурными уравнениями.
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	Standard error of a koeffitsent of regression	Regresiya koeffisientini standart xatosi	Регрессия. В отличие от чисто функциональной зависимости $y=f(x)$, когда каждому значению независимой переменной x соответствует одно определённое значение величины y , при регрессионной связи одному и тому же значению x могут соответствовать в зависимости от случая различные значения величины y
Регрессионный анализ	Regression analysis	Regression tahlil	Регрессионный анализ — статистический метод исследования влияния одной или нескольких независимых

			<p>переменных на зависимую переменную . Независимые переменные иначе называют регрессорами или предикторами, а зависимые переменные — критериальными.</p> <p>Терминология <i>зависимых и независимых</i> переменных отражает лишь математическую зависимость переменных (см. Ложная корреляция), а не причинно-следственные отношения.</p>
Эндогенные переменные	Endogenous variables	Enzogen o'zgaruvchilar	Эндогенные переменные – это зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе и которые обозначаются через y .
Экзогенные переменные	The exogenous variables	Ekzogen o'zgaruvchilar	Экзогенные переменные – это predetermined переменные, влияющие на эндогенные переменные, но не зависящие от них. Обозначаются через x .
Факторная дисперсия	Factorial dispersion	Omil dispersiya	Факторная дисперсия объясняет вариацию результативного признака под влиянием изучаемого фактора; остаточная дисперсия — вариацию результативного признака, обусловленную влиянием прочих факторов (за исключением влияния изучаемого фактора).

7-ТЕМА. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ

Термин на русском	Термин на английском	Термин на узбекском	Значение термина
Модели временных рядов	Time Series Models	Vaqtli qator modeli	Модели построенные на основе данных, характеризующих один объект за ряд последовательных моментов, называются моделями временных рядов
Пространственные модели	Spatial models	Fazoviy modellar	Модели построенные на основе данных, характеризующих совокупность различных объектов за определенный момент времени, называются пространственными моделями
Временной ряд	Time Series	Vaqtli qator	Это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени
Аддитивная модель	The additive model	Additiv model	Модель в которой временной ряд представлен как сумма перечисленных компонент, называется аддитивной моделью временного ряда
Мультипликативная модель	The multiplicative model	Mul'tiplikativ model	Модель в которой временной ряд представлен как произведение перечисленных компонент, называется мультипликативной моделью временного ряда
Автокорреляция	Autocorrelation	Avtokorrelyasiya	Корреляционную зависимость между последовательными уровнями временного ряда называют автокорреляцией уровней ряда
Лег	Lag	Lag	Показатель, характеризующий временной интервал между двумя взаимосвязанными экономическими явлениями, одно из которых является причиной, а второе —

			следствием
Автокорреляционная функция временного ряда	The autocorrelation function of the time series	Vaqtli qatorlarning avtokorrelasion funksiyasi	Последовательность коэффициентов автокорреляции первого, второго, и т.д. порядков называют автокорреляционной функцией временного ряда
Коррелограмма	Correlogram	Korrelogramma	График зависимости значений автокорреляционной функции временного ряда от величины лага называется коррелограммой
Сезонные колебания	Seasonal fluctuations	Mavsumiy tebranishlar	Повышение или понижение уровня экономической активности, масштабов экономической деятельности вследствие смены годовых сезонов
Циклические колебания	Cyclical fluctuations	Cikli tebranishlar	Кратковременные отклонения некоторых экономических показателей от линии, отражающей долговременную тенденцию роста.

8-ТЕМА. ПРИКЛАДНЫЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Термин на русском	Термин на английском	Термин на узбекском	Значение термина
Лаговые переменные	Lagged variables	Lagli o'zgaruvchilar	Временные ряды факторных переменных, сдвинутые на один или более моментов времени называются лаговыми переменными
Модели с распределенным лагом	Models with distributed lag	Taqsimlangan lagli modellar	Эконометрические модели содержащие не только текущие, но и лаговые значения факторных переменных называются моделями с распределенным лагом
Модели авторегресс	Autoregression models	Avtoregressiya modellari	Моделью авторегрессии называется <u>динамическая эконометрическая модель</u> , в которой в качестве

и			факторных переменных содержатся лаговые значения результативной переменной.
Краткосрочный мультипликатор	Short-term multiplier	Qisqa muddatli multiplikator	Краткосрочным мультипликатором называется коэффициент β_1 модели с распределённым лагом
Промежуточный мультипликатор	Intermediate multiplier	Oraliq multiplikator	Промежуточным мультипликатором называется сумма коэффициентов β_1 и β_2 модели с распределённым лагом
Долгосрочный мультипликатор	Long-term multiplier	Uzoq muddatli multiplikator	Он показывает абсолютное изменение в долгосрочном периоде $t+l$ результата у под влиянием изменения на 1 ед. фактора x .
Средний лаг	The average lag	O'rtacha lag	Средним лагом называется средний период времени, в течение которого будет происходить изменение результативной переменной y под влиянием изменения факторной переменной x в момент t
Медианный лаг	The median lag	Mediana lag	Медианным лагом называется период времени, в течение которого с момента начала изменения факторной переменной x будет реализована половина её общего воздействия на результативную переменную y .
Метод Алмон	Almon method	Almon usuli	Метод применяющийся для оценки неизвестных коэффициентов модели с распределённым лагом применяется метод Алмон или лаги Алмон. Данный метод можно применять к моделям, которые характеризуются полиномиальной структурой лага и конечной величиной лага l
Преобразование Койка	Converting Koyca	Koyka almashtirishi	Приём, позволяющий оценить модель с распределёнными лагами путём простого предположения о том, что коэффициенты при лаговых

			переменных убывают в геометрической прогрессии с увеличением лага
Метод главных компонент	Principal component analysis	Bosh komponentlar usuli	Один из основных способов уменьшить <u>размерность</u> данных, потеряв <u>наименьшее количество информации</u> . Изобретён <u>Карлом Пирсоном</u> в <u>1901 году</u> . Применяется во многих областях, в том числе, в <u>эконометрике</u> , <u>биоинформатике</u> , <u>обработке изображений</u> , для <u>сжатия данных</u> , в <u>общественных науках</u>

9-ТЕМА. ПРИМЕНЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Термин на русском	Термин на английском	Термин на узбекском	Значение термина
Метод последовательных разностей	The method of successive differences	Ketma-ket ayirmali usul	Если временной ряд содержит ярко выраженную полиномиальную тенденцию (в виде полинома от t), то с целью устранения тенденции можно применить метод последовательных разностей, заключающийся в замене исходных уровней ряда последовательными разностями соответствующих порядков (порядок разности равен порядку полинома).
Автокорреляция в остатках	Autocorrelation in the residuals	Qoldiqlardagi avtokorrelyatsiya	Статистическая взаимосвязь между последовательностями величин одного ряда, взятыми со сдвигом, например, для <u>случайного процесса</u> - со сдвигом по времени
Первый метод определения	The first method for determining	Avtokorrelyatsiya qoldiqlarini	Это построение графика зависимости остатков от времени

автокорреляции остатков	the autocorrelation	aniqlashning birinchi usuli	и визуальное определение наличия иили отсутствия автокорреляции
Второй метод определения автокорреляции остатков	The second method for determining the autocorrelation	Avtokorrelyatsiya qoldiqlarini aniqlashning ikkinchi usuli	Использование критерия Дарбина –Уатсона и расчет величины критерия
Критерий Дарбина-Уатсона	The criterion of the Durbin-Watson	Darbin Uatson mezoni	Статистический Критерий , используемый для тестирования автокорреляции первого порядка элементов исследуемой последовательности. Наиболее часто применяется при анализе временных рядов и остатков регрессионных моделей .
Модель регрессии со скользящим средним	Autoregressive moving-average model	Sirg'anchiq o'rtachali regression model	Одна из моделей , использующихся для анализа и прогнозирования стационарных временных рядов в статистике . Модель ARMA обобщает две более простые модели временных рядов- модель авторегрессии (AR) и модель скользящего среднего (MA) .
Коинтеграция	Cointegration	Kointegratsiya	Под коинтеграцией понимается причинно-следственная зависимость в уровнях двух (или) более временных рядов, которая выражается в совпадении или противоположной направленности их тенденций и случайной колеблемости
Стационарный временной ряд	The stationary time series	Statsionar vaqtli qator	Ряд содержащий только случайную компоненту имеющий постоянную дисперсию на длительном проиежутке времени
Критерий Энгеля-	Criterion Engel-	Engel-Granger	Один из методов тестирования гипотезы о коинтеграции

Грангера	Granger	mezoni	временных рядов
Метод Монте-Карло	Monte Carlo method	Monte-Karlo usuli	Общее название группы численных методов, основанных на получении большого числа реализаций <u>стохастического</u> (случайного) процесса, который формируется таким образом, чтобы его <u>вероятностные</u> характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи
Мультиколлениарность	Multicollinearity	Multikollinearlik	В <u>эконометрике</u> (<u>регрессионный анализ</u>) - наличие линейной зависимости между объясняющими переменными (факторами) <u>регрессионной модели</u> . При этом различают полную коллинеарность, которая означает наличие функциональной (тождественной) линейной зависимости и частичную или просто мультиколлениарность - наличие сильной корреляции между факторами